

# J-PARC シンクロトロンの RF 調整

J-PARC センター

田村文彦

## 1 イントロダクション

J-PARC の加速器は線形加速器 (linac)、速い繰り返しのシンクロトロン (rapid cycling synchrotron, RCS)、および 30 GeV シンクロトロン (MR) から構成される [1–3]。この講義ノートでは 2 つのシンクロトロン、RCS および MR の RF (高周波、radio frequency) 加速システムのビーム調整について述べる。

まず、RF システムおよび、RF の調整に必要なモニターについて、第 2 節で簡単に紹介する。J-PARC シンクロトロンでは、金属磁性体 (magnetic alloy, MA) を装荷した MA 空胴が採用されている。MA 空胴の特徴についても簡単に述べる。

シンクロトロンの RF 加速システムは、文字通り RF 電場によりビームを加速するのみならず、ビームを捕獲し、エネルギーを設計された値から大きくずれないようにする機能を持つ。RF によるビームの加速、捕獲の詳細については、第 3 節で議論する。

表 1 に、J-PARC シンクロトロンの RF に関するパラメータを示した [2–4]。RCS および MR の周長は、それぞれ約 350 m および 約 1570 m である。RCS では 181 MeV で入射されたビームを 25 Hz の繰り返しで 3 GeV まで加速する。また、MR では 3.52 秒周期の繰り返しで、RCS から入射されたビームを 30 GeV まで加速している。J-PARC のエネルギー領域では、陽子ビームは加速によるエネルギー増加により速度が変化するために、RF 周波数を変化させなければならない。これは、RF 周波数が一定である電子シンクロトロン

表 1 J-PARC シンクロトロンの RF に関するパラメータ。() 内の値は現状を表わす。MR の空胴台数は、基本波空胴台数 + 2 倍高調波空胴台数の形で記載した。

parameter	RCS	MR
circumference [m]	348.3	1567.5
bending radius [m]	11.65	89.381
energy [GeV]	0.181–3	3–30
accel. freq. [MHz]	0.938–1.671	1.671–1.721
harmonic number	2	9
number of bunches	2	8 (6)
No. of protons [ppp]	$8.3 \times 10^{13}$ ( $2.5 \times 10^{13}$ )	$3.3 \times 10^{14}$ ( $7.4 \times 10^{13}$ )
$\gamma_t$	9.14	31.6 <i>i</i>
max voltage [kV]	450 (400)	280 (160)
period [s]	$40 \times 10^{-3}$	3.52
No. of cavities	12 (11)	7+3 (5+0)
Q-value of cavity	2	26

( $\beta = 1$  としてよい) との大きな違いである。RF 周波数の変化の幅は、RCS では 0.938 MHz から 1.671 MHz までと幅広く、一方 MR では約 3% の周波数変化である。陽子ビームをロスなく加速するためには、周波数、電圧などのパラメータを精度よく設定、および必要に応じフィードバックしなければならない。これらの RF 制御を行うシステムを、low level RF (LLRF) 制御システムと呼ぶが、J-PARC のシンクロトロンでは、フルデジタルの LLRF 制御システムを採用し、非常に精度および再現性のよい RF 制御を行っている。LLRF 制御システムの概要と必要な信号処理の基礎、および基本的なビームフィードバックについては、第 4 節で述べ、このフルデジタル LLRF 制御システムを用いたビームコミッショニングの実際については第 5 節で述べる。

J-PARC のシンクロトロンのように大電流を加速しようとする場合、空間電荷力、およびビームの誘起する電圧によるビームローディングが問題となってくる。空間電荷力を緩和するための縦方向ペインティングや、ビームローディング、およびその補償について、第 6 節で述べる。

## 2 RF 加速のために必要な道具立て

### 2.1 RF システムおよび必要なモニター

ここでは、J-PARC シンクロトロン RF システムの概要、およびビーム調整するために必要なモニターについて述べよう。図 1 に、システムの概要を示した。

RF システムの中心は、ビームに電圧をあたえる RF 空洞、高い RF 電圧を発生させるために高周波アンプ、そして RF 信号を発生および制御するローレベル RF (low level RF、LLRF) 制御システムである。J-PARC シンクロトロン RF 周波数は数 MHz 帯域と低いので、最終段のアンプでは、大電力の真空管 (四極管) を用いている。LLRF 制御とは、RF 周波数、電圧、および位相の制御に他ならない。加えて、後述する RF フィードフォワードにおいては、ビーム信号から wake 電圧をキャンセルするための信号を生成している。

空洞のギャップ電圧モニターは、各空洞に備えられる。電圧制御 (AVC、auto voltage control) のために必要である。J-PARC のシンクロトロンには、多数 (現在、RCS では 11 台、MR では 5 台) の空洞が備えられるが、ビームの見る電圧はこれらのベクトル合成電圧となる。

RF 周波数の調整のためには、ディスパージョンの大きい所に置かれたビーム位置モニター (BPM) を用いる。J-PARC ではデルタ-R BPM (dR BPM) と呼ばれている。dR BPM の場所でのディスパージョンは、RCS では約 4.8 m、MR は約 2.5 m である。

RF 電圧の位相のフィードバックのためには FCT (fast current transformer) が用いられる。FCT の信号を検波して、ビームの位相検出を行う。

WCM (wall current monitor) は、オシロスコープによりバンチ波形を見るのに用いられるほか、後述する RF フィードフォワードによるビームローディング補償に用いられる。

これらのビームモニターの基本的な概念等につ

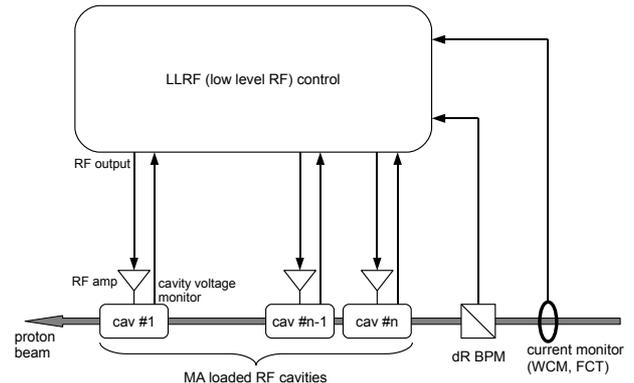
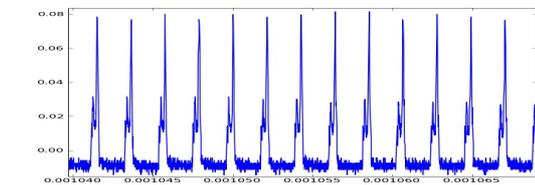


図 1 J-PARC シンクロトロンの RF システムおよび必要なモニター。

#### WCM ビーム信号



周回クロックによりスライス → 縦にならべる

#### マウンテンプロット

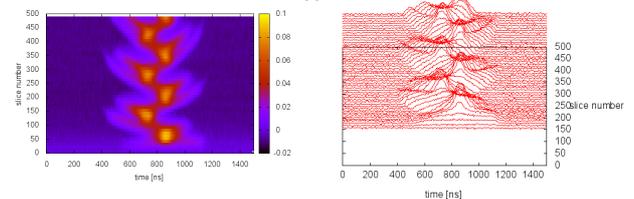


図 2 マウンテンプロットの概略。

いては、[5, 6] 等の文献を参照して欲しい。

WCM の信号を解析する手段として、マウンテンプロットがある。マウンテンプロットとは、WCM の波形を周回ごとにスライスし、縦に並べて表示することである。図 2 に、マウンテンプロットの生成の概略を示した。縦方向の運動 (振動、およびバンチの変形) を見るのに非常に有効である。

### 2.2 MA 空洞

電子シンクロトロンと異なり、J-PARC のエネルギー程度までの陽子シンクロトロンでは加速に伴い周回周波数が変わるので、RF の周波数もそれに同期して変化させなければならない。このた

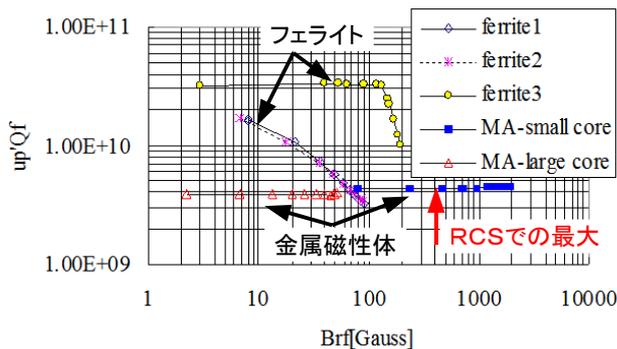


図3 フェライトと金属磁性体の、高周波磁束密度と  $\mu Qf$  積の関係。

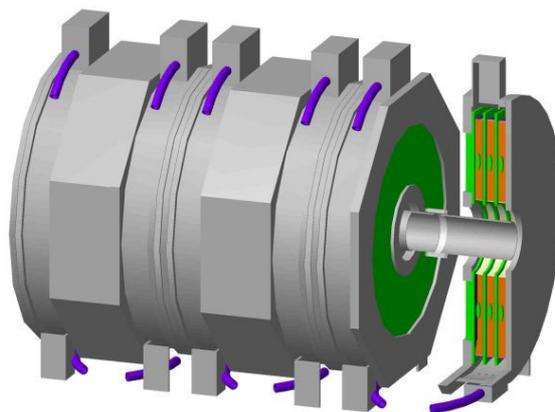


図5 MA 空洞。1 空洞あたり加速ギャップは3つあり、計18枚のMAコアが装荷される。

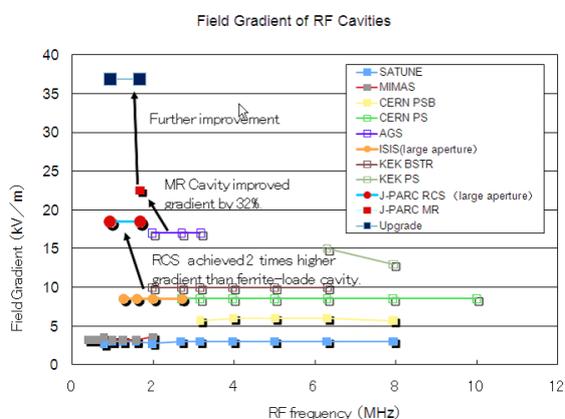


図4 様々な陽子シンクロトロンでの加速空洞の、周波数および加速勾配。

め、RF 加速空洞も周波数のスイープに対応したものが必要である。従来の陽子シンクロトロンでは、フェライトを装荷した同軸型の加速空洞が使用されてきた。フェライト空洞では、フェライトコアにバイアス電流による直流磁場をかけることにより RF 周波数に同調させている。フェライト空洞については、加速器ハンドブック [7] の 520 ページや、[8] に簡潔にまとめられている。フェライト空洞は、飽和磁束密度などの磁気特性により空洞の加速勾配が制限され、20 kV/m を超える加速勾配を得ることは難しい。

90 年代後半から、新しい磁性材料、金属磁性体 (magnetic alloy、MA) を用いた加速空洞の開発が進められてきた。金属磁性体は、飽和磁束密度がフェライトに比べて高く、フェライト空洞の

2 倍以上の加速勾配を発生させることが可能である。図 3 に、フェライトと金属磁性体における、高周波磁束密度と  $\mu Qf$  積の関係について示した。 $\mu Qf$  積は、磁性体コアのシャントインピーダンスに比例する量で、空洞のシャントインピーダンスを決める重要なパラメータである。図からわかるように、フェライトでは高周波磁束密度を上げていくと  $\mu Qf$  積が (次第に、あるいはある閾値を超えると) 低下してしまうが、金属磁性体では一定の値を保つ。この優れた特性に着目し、大強度陽子ビームの加速のために高加速勾配が必要とされる J-PARC の RCS および MR では、金属磁性体を装荷した MA 空洞を採用した。図 4 に、様々な陽子シンクロトロンにおける、RF 周波数と加速勾配を示す。J-PARC RCS および MR では、MA 空洞により、これまでの陽子シンクロトロンよりはるかに高い加速勾配を達成することができている。図 3 には、RCS 空洞での最大の高周波磁束密度を示したが、この 400 gauss という磁束密度は、フェライトでは不可能な領域である。

金属磁性体のコアの自体 Q 値は、 $Q \sim 0.6$  程度と低いが、磁性体コアをカットする (カットコア) ことにより磁気抵抗をコントロールする方法や、空洞に並列にインダクタンスを配置する方法などにより、シャントインピーダンスを低下させ

ることなく、空洞の  $Q$  を可変することが可能である。RCS では並列のインダクタンスにより、また MR ではカットコアにより、それぞれ  $Q = 2$  および  $Q = 26$  に設定している。MA 空洞は、このような低い  $Q$  を持つために、フェライトでは必須であるバイアスによる同調回路を必要とせずに、加速周波数の範囲をカバーすることができる。これにより、LLRF 制御システムは同調制御フィードバックを含まない、シンプルなものとすることができた。

特に RCS においては、 $Q = 2$  という広帯域に設定することにより、加速周波数範囲をカバーするだけでなく、2 倍高調波の周波数範囲まで空洞を駆動することができる。RCS では、それぞれの空洞は、基本波と 2 倍高調波の重畳信号により駆動されている（デュアルハーモニック運転と呼ばれる）。2 倍高調波は、第 6 節で述べるようにビーム電流の整形に非常に有用であるが、もし 2 倍高調波電圧を 2 倍高調波専用の空洞で発生させようとする、その空洞の配置に必要なぶんだけ周長が伸びるために、基本波の加速電圧が余計に必要なになってしまう。デュアルハーモニック運転により、追加なスペースを必要とせずに、大振幅の 2 倍高調波を発生できる。限られた周長の J-PARC RCS では、MA 空洞によるデュアルハーモニック運転なしには大強度ビームの加速は不可能である。

一方、 $Q$  が低い広帯域空洞であるが故に、ビームが空洞に誘起する wake 電圧によるビームローディングも、高調波までの成分を持ってしまふことも考慮しなければならない。マルチハーモニックのビームローディング、およびその補償については、第 6 節で述べる。

加速空洞の 3D モデルを図 5 に示す。RCS と MR では、MA 空洞の基本的な構造は同じである。金属磁性体は水タンクの中に配置されて冷却されている。1 空洞あたりの加速ギャップは 3 つであり、加速ギャップあたりのインピーダンスは 800–1000  $\Omega$  である。加速ギャップはブスバーに

より大型の真空管（四極管）アンプに接続されている。

MA 空洞については過去の OHO の教科書 [8–10] にも書かれており、また、金属磁性体コアの最新の開発状況については [11] に述べられているので参照して欲しい。

### 3 ビームの加速と位相安定性の原理

ビームの加速および縦方向の運動方程式はシンクロトロンの基本である。参考文献は多数存在し、その全てを挙げることはできないが、筆者は、過去の OHO のテキスト [10, 12, 13] や加速器ハンドブック [7] の Longitudinal Motion の項 (51 ページ) を参考にしながらこの節を執筆した。

#### 3.1 陽子の加速

電荷  $e$  を持つ粒子 (陽子) の運動量を  $p$ 、偏向電磁石の磁場を  $B$  [T]、偏向電磁石中での軌道曲率半径 (bending radius)  $\rho$  [m] には、

$$p = eB\rho \quad (3-1)$$

なる関係がある。また、シンクロトロンの周長が  $C = 2\pi R$  [m] ( $R$  はシンクロトロンの平均半径) である時、周回周期  $T_{\text{rev}}$  および周回周波数  $f_{\text{rev}}$  は、

$$\frac{1}{T_{\text{rev}}} = f_{\text{rev}} = \frac{\beta c}{2\pi R} \quad (3-2)$$

で表わされる。

粒子が加速空洞を通過する時に得るエネルギー  $\Delta E$  [eV] は、

$$\Delta E = eV_0 \sin(2\pi f_{\text{rf}} t) \quad (3-3)$$

である。ここに  $V_0$  は RF 電圧のピーク値である。

さて、RF 電圧により粒子ビームを捕獲、および加速するにあたり、リングの周回周波数と RF 周波数の間には、整数則が成り立たなければならない。つまり、

$$f_{\text{rf}} = h \times f_{\text{rev}} \quad (3-4)$$

の関係がある。ここに、 $h$  はハーモニック数 (harmonic number) と呼ばれ、シンクロトロンの設計パラメータの一つである。J-PARC の RCS では  $h = 2$ 、MR では  $h = 9$  が選ばれた。

粒子を加速していくにあたり、シンクロトロンでは  $\rho$  を一定に保つために磁場が強くなっていく。(3-1) の両辺を微分して

$$\frac{dp}{dt} = e \frac{d(B\rho)}{dt}, \quad (3-5)$$

また、運動量と全エネルギーの間には

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{\beta c} \frac{dE}{dt} \quad (3-6)$$

の関係がある。RF 電圧の位相  $\phi$  にいる粒子が、次の周回でも同じ位相にいるための条件は、加速によるエネルギーの増加と、磁場の変化に対応するエネルギー増加が等しいということであり、(3-5) と (3-6) から

$$\begin{aligned} e \frac{dB\rho}{dt} &= \frac{1}{\beta c} \frac{dE}{dt} \\ &= \frac{1}{\beta c} \frac{eV_0 \sin \phi}{T_{\text{rev}}} \end{aligned} \quad (3-7)$$

となり、(3-2) より  $1/T_{\text{rev}} = \beta c / 2\pi R$  を代入して、結局、

$$\sin \phi = \frac{2\pi R}{V_0} \rho \frac{dB}{dt} \quad (3-8)$$

を得る。(3-8) を満たす位相を同期位相 (synchronous phase) と呼び、 $\phi_s$  と書かれる。この条件にいる粒子を synchronous particle (あるいは reference particle) と呼び、この粒子は RF と同期して加速される。加速されない時 ( $B$  が一定の時) は、 $\phi_s = 0$  であることがすぐにわかるだろう。一方、磁場のパターンが与えられた時、電圧が高いほど  $\phi_s$  は小さくなる。 $\phi_s$  は後述する RF パケットの大きさに関係するので、 $\phi_s$  をなるべく小さくするよう、余裕をもった RF 電圧が必要である。

図 6 と図 7 に、RCS および MR の加速中の  $\phi_s$  の例を示した。MR では、磁場のパターンは加速開始直後および終了直前のバラボラによるスムージングの部分を除き、 $\frac{dB}{dt}$  が一定であるので、その間加速電圧が一定の場合  $\phi_s$  は一定となる。図 7 では加速時間を 1.9 s、スムージング時間を 100 ms、加速電圧を 160 kV 一定とした。この場合、 $\phi_s$  の最大値は約 28 度である。RCS では、磁場は sinusoidal な励磁パターンを持ち、また電圧もパターン化されているため、加速中の  $\phi_s$  は滑らかに変動する。

#### 3.2 運動量のずれと周期の関係

今、偏向電磁石の中心を通る粒子の運動量を  $p_s$  とする。中心からずれた運動量  $\Delta p = p - p_s$  を持

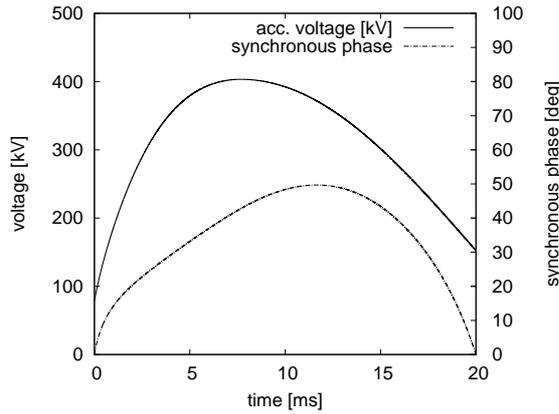


図 6 RCS での電圧パターンと対応する  $\phi_s$  の例。加速電圧は、最大 400 kV のパターンである。

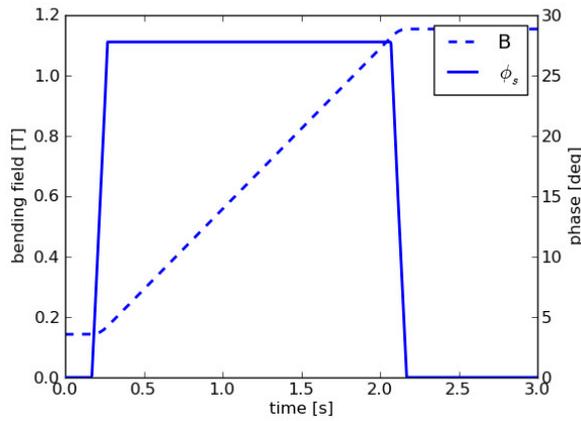


図 7 MR の B および  $\phi_s$  の例。加速時間は 1.9 s、スムージングの時間は 100 ms。加速電圧は一定で 160 kV とした。

つ粒子が走る周長の変化を  $\Delta C$  とすると、運動量のずれとビームが走る周長の変化には、

$$\frac{\Delta C}{C} = \alpha_p \frac{\Delta p}{p} \quad (3-9)$$

なる関係がある。ここに、 $\alpha_p$  は momentum compaction factor と呼ばれる量で、シンクロトロン のラティスの設計により決まる量である。

周回周期および周回周波数の変化に興味があるので、運動量変化と速度変化の関係を求めよう。

$$p = mv = m_0 \gamma \beta c \quad (3-10)$$

であるので、運動量の変化  $\Delta p$  に対し

$$\Delta p = m_0 \beta c \Delta \gamma + m_0 \gamma c \Delta \beta \quad (3-11)$$

であるから、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p}{p} &= \frac{\Delta \gamma}{\gamma} + \frac{\Delta \beta}{\beta} \\ &= \frac{1}{\beta^2} \frac{\Delta \gamma}{\gamma} \end{aligned} \quad (3-12)$$

および

$$\frac{\Delta \beta}{\beta} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{\Delta p}{p} \quad (3-13)$$

の関係がある。周回周期および周波数の変化は、  
結局

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T_{\text{rev}}}{T_{\text{rev}}} &= -\frac{\Delta f_{\text{rev}}}{f_{\text{rev}}} = \frac{\Delta C}{C} - \frac{\Delta v}{v} \\ &= \left( \alpha_p - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{\Delta p}{p} \\ &= \eta \frac{\Delta p}{p} \end{aligned} \quad (3-14)$$

と表わされる。ここに、

$$\eta \equiv \alpha_p - \frac{1}{\gamma^2} \quad (3-15)$$

は slippage (slip factor、ずれ係数) と呼ばれる量である。この量は、エネルギーが高い粒子があった時に、速度の増加により周期が短くなる効果と、( $\alpha_p$  が正の場合) 周長が長くなって一周するのに時間がかかる効果のせめぎあいを表わす量である。slippage  $\eta$  が負である時、エネルギーの高い粒子は、速度が増加することによる効果がより大きく、したがってより早く一周する。一方、 $\eta$  が正である時には、エネルギーの高い粒子は、周長が長くなる効果が大きく、より遅く周回する。

$\eta = 0$  は特別の場合で、運動量の変化に対し周回周期が変わらない (等時性、isochronous)。 $\eta = 0$  となる  $\gamma$  をトランジションエネルギー (transition energy) と呼び、

$$\gamma_t = \frac{1}{\sqrt{\alpha_p}} \quad (3-16)$$

で表わされる。加速の途中にトランジションが存在すると、後述する縦方向の収束力がゼロになりビームが不安定となるほか、安定同期位相の移動がおこるために、ビームロスの原因となる [14]。

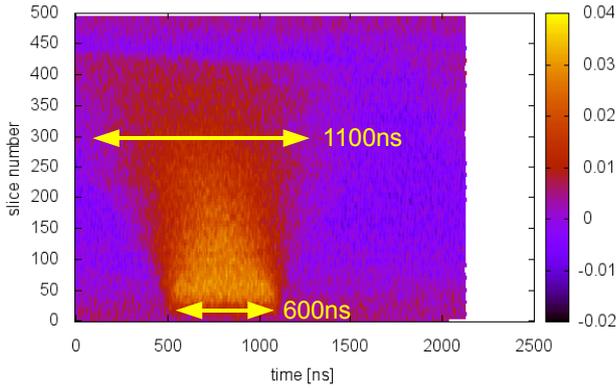


図8 RCSでのRF電圧ゼロでのデバッチのようす。

トランジションエネルギーの通過がある加速器、例えば KEK-PS 等では、様々な方策をもって不安定性の回避を試みていたが、それでもいくばくかのビームロスは避けられない。

高いビームパワーを目指し、ビームロスを極小に抑えることが必須である J-PARC のシンクロトロンでは、トランジションエネルギーの通過そのものを避けることにより、トランジションエネルギー通過にまつわるビームロス进行する方法を取った。J-PARC の RCS では、トランジションエネルギーを取り出しエネルギーより高くすること ( $\gamma_t = 9.14$ 、3 GeV では  $\gamma \sim 4.2$ ) でトランジションエネルギーの通過を避けており、また、MR では  $\alpha_P$  が負になる、非常に特徴的なラティスを採用することで (imaginary  $\gamma_t$  ラティス [14])、常に  $\eta < 0$  となり、実質的に加速全域にわたりトランジションより下のエネルギーでの運転と等価になっている。

ビームは有限の運動量広がりをもっているので、RF 電圧がゼロの場合、周回周期の広がりにより、ビームは伸びて (デバッチして) いく。

RCS で、RF 電圧をゼロ (加速ギャップをショート) してビームを入射した時の WCM のマウンテンプロットの例を、図 8 に示す。デバッチの速さから、入射ビームの運動量のおよその広がりを知ることができる。 $n$  ターンで、バンチ長が  $\Delta w$  だけ長くなったとしよう。この時、速い陽子と遅い陽子の

1 ターンあたりの周回周期の差は  $\Delta T_{\text{rev}} = \Delta w/n$  であり、(3-14) から、

$$\frac{\Delta p}{p} (\text{全幅}) = -\frac{1}{\eta} (\Delta w/n) f_{\text{rev}} \quad (3-17)$$

となる。RCS の入射では  $\eta = -0.69$ 、 $f_{\text{rev}} = 0.469$  MHz であり、図から、300 ターンで 500 ns バンチ長が伸びているのがわかるので、運動量広がり、全幅で約 0.11% つまり  $\pm 0.055\%$  と計算される。

### 3.3 縦方向の運動方程式

$n$  ターンめから  $n+1$  ターンへの位相とエネルギーの差分方程式を求める。位相とエネルギー変化の関係は、

$$\phi_{n+1} - \phi_n = h \cdot 2\pi \cdot \frac{\Delta T_{n+1}}{T_{\text{revs}}} \quad (3-18)$$

$$= h \cdot 2\pi \cdot \eta \frac{\Delta p_{n+1}}{p_s} \quad (3-19)$$

$$= h \cdot 2\pi \cdot \eta \frac{\Delta E_{n+1}}{\beta_s^2 E_s} \quad (3-20)$$

である。ここに、添字  $s$  は位相振動しない同期粒子 (synchronous particle) の量を表わす。一方、1 ターンあたりの RF 加速電圧のピーク値を  $V_0$  として、同期粒子の RF に対する位相を  $\phi_s$  とすると、エネルギーのずれの変化は

$$\Delta E_{n+1} - \Delta E_n = eV_0 (\sin \phi_n - \sin \phi_s) \quad (3-21)$$

となる。通常のシンクロトロンでは、1 ターンあたりの位相、エネルギーの変化は非常に小さいので、差分を微分に置き換える。

$$\frac{d\Delta E}{dt} = \frac{\Delta E_{n+1} - \Delta E_n}{T_{\text{revs}}} \quad (3-22)$$

および

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\phi_{n+1} - \phi_n}{T_{\text{revs}}} \quad (3-23)$$

を (3-20) (3-21) に適用して、

$$\frac{d\phi}{dt} = h \cdot 2\pi \cdot \eta \frac{\Delta E}{\beta_s^2 E_s T_{\text{revs}}} \quad (3-24)$$

$$\frac{d(T_{\text{revs}} \Delta E)}{dt} = eV_0 (\sin \phi - \sin \phi_s) \quad (3-25)$$

となる。(3-24) より

$$\Delta E = \frac{d\phi}{dt} \cdot \frac{\beta_s^2 E_s T_{\text{revs}}}{2\pi h \eta} \quad (3-26)$$

であるから、これを (3-25) に代入し

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{E_s}{\eta} \frac{d\phi}{dt} \right) = \frac{2\pi h e V_0}{T_{\text{revs}}^2 \beta_s^2} (\sin \phi - \sin \phi_s), \quad (3-27)$$

加速が十分ゆっくりで、 $E_s$ 、 $\eta$  の変化が無視できるとすると、結局

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{2\pi h \eta e V_0}{T_c^2 E_s} (\sin \phi - \sin \phi_s) \quad (3-28)$$

を得る。ただし、 $T_c$  は粒子が光速である時の周回周期で、 $T_c = T_{\text{revs}} \cdot \beta_s$  である。

小振幅の時、すなわち  $\Delta \phi \equiv \phi - \phi_s \ll 2\pi$  の時は、 $\phi_s$  を一定として、

$$\begin{aligned} \sin \phi - \sin \phi_s &= \sin(\phi_s + \Delta \phi) - \sin \phi_s \\ &= \cos \phi_s \sin \Delta \phi + \sin \phi_s \cos \Delta \phi - \sin \phi_s \\ &\simeq \cos \phi_s \cdot \Delta \phi, \end{aligned} \quad (3-29)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d(\phi_s + \Delta \phi)}{dt} \simeq \frac{d\Delta \phi}{dt} \quad (3-30)$$

と近似できるから、(3-28) は

$$\frac{d^2 \Delta \phi}{dt^2} = \frac{2\pi h \eta e V_0}{T_c^2 E_s} \cos \phi_s \cdot \Delta \phi \quad (3-31)$$

と、 $\Delta \phi$  についての微分方程式に書き直せる。(3-31) が振動の解を持つための条件は、 $\eta \cos \phi_s < 0$  である。エネルギーがトランジションエネルギーより低い ( $\eta < 0$ ) か高い ( $\eta > 0$ ) かで、振動の解となる  $\phi_s$  の条件は異なり、

$$\begin{aligned} 0 \leq \phi_s < \pi/2 & \quad (\eta < 0 \text{ の時}) \\ \pi/2 < \phi_s \leq \pi & \quad (\eta > 0 \text{ の時}) \end{aligned} \quad (3-32)$$

であることがわかる。この振動の周波数はシンクロトロン振動数 ( $f_s$ 、角振動数は  $\omega_s$ ) と呼ばれ、

$$\begin{aligned} \omega_s = 2\pi f_s &= \sqrt{-\frac{2\pi h \eta e V_0}{T_c^2 E_s} \cos \phi_s} \\ &= \omega_c \sqrt{-\frac{h \eta e V_0}{2\pi E_s} \cos \phi_s} \end{aligned} \quad (3-33)$$

である。ここに、 $\omega_c$  は粒子が光速で周回したとした時の角振動数である。1 周あたりのシンクロトロン振動の回数は、シンクロトロンチューン  $\nu_s$  と呼ばれ、

$$\nu_s = \frac{\omega_s}{\omega_{\text{revs}}} = \sqrt{-\frac{h \eta e V_0}{2\pi \beta_s^2 E_s} \cos \phi_s} \quad (3-34)$$

で与えられる。ここに、 $\omega_{\text{revs}}$  は粒子の周回の角周波数である。

RCS と MR での加速中の  $f_s$  の変化を計算したものを、図 9 に示した。ただし、RCS では最大 400 kV の電圧パターンを用い、MR では電圧パターンは一定とした。RCS では入射時には約 3.4 kHz、取り出しでは 634 Hz である。MR では加速の開始時には 350 Hz ほどあった  $f_s$  が、加速とともに大きく減少し、30 GeV では約 22 Hz にまで落ちてしまう。

#### 3.4 RF バケツ

変数  $W \equiv \frac{\Delta E}{\omega_{\text{rf}}}$  で、運動方程式を書き変えてやる。

$$\frac{1}{T_{\text{revs}}} = \frac{\omega_{\text{rf}}}{2\pi h} \quad (3-35)$$

だから、(3-24) は

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} &= h \cdot 2\pi \cdot \eta \frac{\Delta E}{\beta_s^2 E_s} \frac{\omega_{\text{rf}}}{2\pi h} \\ &= \frac{\omega_{\text{rf}}^2 \eta}{\beta_s^2 E_s} \left( \frac{\Delta E}{\omega_{\text{rf}}} \right) \\ &= \frac{\omega_{\text{rf}}^2 \eta}{\beta_s^2 E_s} W \end{aligned} \quad (3-36)$$

となり、(3-25) の左辺は

$$\frac{d(T_{\text{revs}} \Delta E)}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{2\pi h \Delta E}{\omega_{\text{rf}}} \right) \quad (3-37)$$

となるから、結局、

$$\frac{dW}{dt} = \frac{e V_0}{2\pi h} (\sin \phi - \sin \phi_s) \quad (3-38)$$

を得る。ハミルトニアンを  $H$  とすると、正準方程式は

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial H}{\partial W} \quad (3-39)$$

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \phi} \quad (3-40)$$

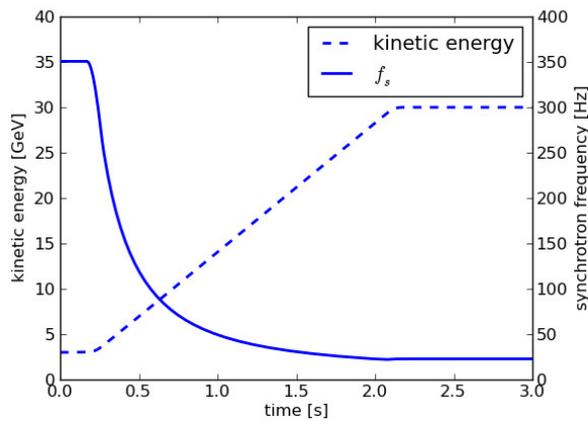
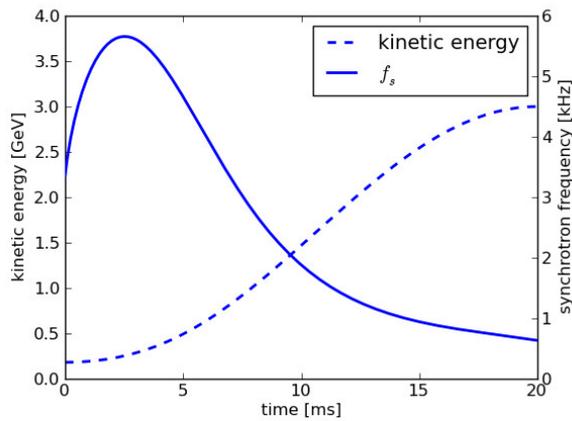


図9 電圧パターンから計算される加速中のシンクロトロン振動数の変化および運動エネルギーのプロット。上はRCS、下はMR。RCSでは最大400 kVの電圧パターンを用い、MRでは電圧は160 kV一定とした。

であるが、(3-36) および (3-38) からハミルトニアンはすぐに求められて、

$$H = \frac{1}{2} \frac{\omega_{rf}^2 \eta}{\beta_s^2 E_s} W^2 + \frac{eV_0}{2\pi h} (\cos \phi + \phi \sin \phi_s) \quad (3-41)$$

である。右辺の第1項は位相空間内での運動エネルギー、第2項はポテンシャルエネルギーを与える。

.....と言った時に、 $\eta < 0$  の時に、何か変な感じがしないだろうか？  $\eta < 0$  の時、運動エネルギーに対応する項が「負」になってしまうのである。変数のとり方を変えてみよう。変数  $W' \equiv \text{sgn}(\eta) \frac{\Delta E}{\omega_{rf}}$

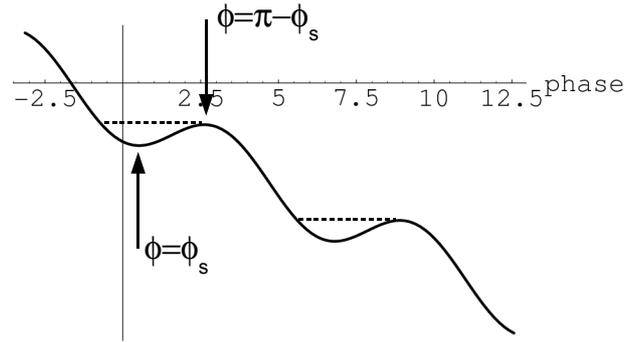


図10  $\phi_s = \pi/6$  でのポテンシャル。点線の範囲にある粒子は安定である。

としてやれば (ただし  $\text{sgn}$  は符号を取る関数)、

$$H' = \text{sgn}(\eta) \left( \frac{1}{2} \frac{\omega_{rf}^2 \eta}{\beta_s^2 E_s} W'^2 + \frac{eV_0}{2\pi h} (\cos \phi + \phi \sin \phi_s) \right) \quad (3-42)$$

となる。こう取れば、運動エネルギーの項は常に正とできる。不動点は  $\frac{d\phi}{dt} = \frac{dW'}{dt} = 0$  となる点であるが、(3-36) より  $W' = 0$ 、(3-38) より、 $\phi = \phi_s$  および  $\phi = \pi - \phi_s$  を得る。

座標  $(\phi_s, 0)$  ではポテンシャルエネルギーの項が極小となることから、安定な不動点 (stable fixed point) と呼ばれる。 $(\pi - \phi_s, 0)$  は反対に、ポテンシャルエネルギーの項が極大であり、不安定な不動点 (unstable fixed point) である。

$\eta < 0$ 、 $\phi_s = \pi/6$  でのポテンシャルエネルギーの例を図10に示した。 $\phi = \phi_s$  ではポテンシャルエネルギーが極小であること、 $\phi = \pi - \phi_s$  でポテンシャルが極大であることがわかるだろう。この点線の範囲の外の粒子は、ポテンシャルの底に留まることができず、 $\phi$  が大きくなる方向へ滑り落ちて行く。

unstable fixed point を通る軌道をセパトリクス (separatrix) と言う。セパトリクスで囲まれた領域をRFバケツ (RF bucket) と呼ぶ。RFバケツの中にある粒子は、バケツの中の位相空間で回転運動を行う。Synchronous particle からエネルギーや位相が少しずれていても、一定の範囲の粒子は位相振動 (回転運動) しながら安定に保たれ

る。これが位相安定性の原理である。RF バケツの中に捕捉された粒子の集団は、バンチ (bunch) を形成する。

さきほど定義した  $\phi$ - $W'$  平面内では、粒子は常に、時計回りに運動する。 $\eta > 0$  の時には、 $\phi$ - $W$  平面内でも、時計回りに運動する。一方、 $\eta < 0$  であると、 $\phi$ - $W$  平面内では反時計回りに運動することは簡単に確かめられる。通常の計算では、 $W'$  の定義を用いる必要はあまりないだろう。

さて、セパトリティクスは、 $(\pi - \phi_s, 0)$  を通るので、セパトリティクスのハミルトニアンは、

$$\begin{aligned} H_{SP} &= \frac{eV_0}{2\pi h} (\cos(\pi - \phi_s) + (\pi - \phi_s) \sin \phi_s) \\ &= \frac{eV_0}{2\pi h} (-\cos(\phi_s) + (\pi - \phi_s) \sin \phi_s) \end{aligned} \quad (3-43)$$

となり、(3-41) から、

$$\begin{aligned} W_{SP}^2 &= \\ &- \frac{\beta_s^2 E_s}{\omega_{rf}^2 \eta} \frac{eV_0}{\pi h} (\cos \phi + \cos \phi_s + (\phi + \phi_s - \pi) \sin \phi_s) \end{aligned} \quad (3-44)$$

を得る。図 11 に、 $\phi_s = 0$  および  $\phi_s = \pi/6$  の場合の粒子の軌跡とセパトリティクス (RF バケツ) を示した。RF バケツ内の粒子は、バケツの中を ( $\eta < 0$  なので) 等高線に沿って、反時計回りに回転運動を行う。 $\phi_s = 0$  の場合は、 $\pi - \phi_s$  の位相振動の限界点が、隣接する次のバケツの限界点と重なるため、静的バケツ (stationary bucket) と呼ばれる。一方  $\phi_s > 0$  の場合は動的バケツ (moving bucket) と呼ぶ。バケツの外の粒子の軌跡は閉じておらず、 $\phi_s > 0$  の場合は、バケツの外の粒子はどんどんエネルギーを失って  $E_s$  から離れていき、失われる。

電圧を一定とした時、 $\phi_s$  を 0 度から 80 度までを変えていった時の RF バケツを、図 12 に示した。 $\phi_s$  が大きくなると、バケツが位相方向に縮むとともに、高さ方向に縮んでいくことがわかる。

バケツの大きさについてのパラメータを見てみよう (図 13)。位相振動の限界点はセパトリティクス

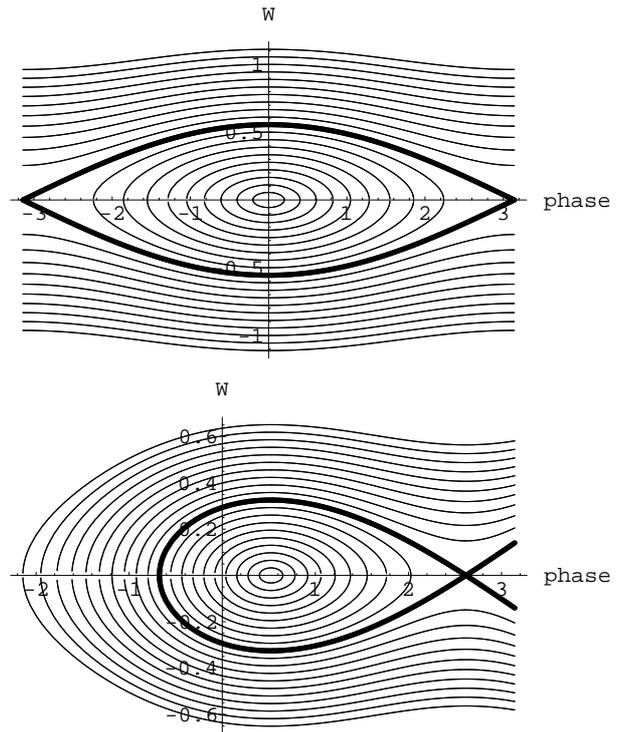


図 11  $\phi_s = 0$  (上) および  $\phi_s = \pi/6$  (下) での粒子の軌跡。RF バケツ。セパトリティクス (RF バケツ) は太線で示した。

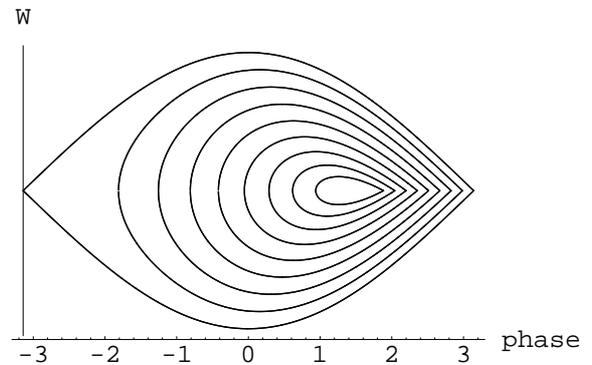


図 12 電圧が一定の時、 $\phi_s = 0, 10, 20 \dots, 80$  度でのセパトリティクス。

のゼロクロス点で与えられる。その一つ  $\phi_1$  は

$$\phi_1 = \pi - \phi_s \quad (3-45)$$

であり、もう一つは、超越方程式

$$\cos \phi_2 + \phi_2 \sin \phi_s = (\pi - \phi_s) \sin \phi_s - \cos \phi_s \quad (3-46)$$

の解である。バケツの位相方向の長さ (bucket

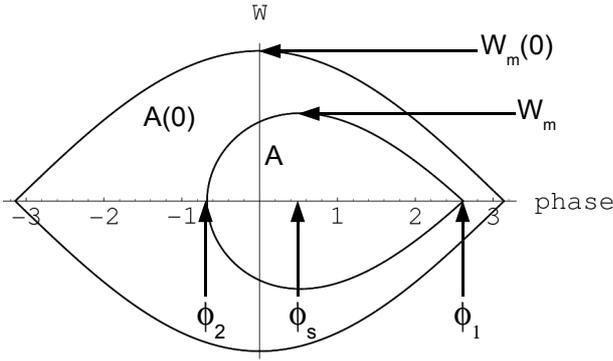


図 13 バケツの大きさを表わすパラメータ。

length) は、 $\phi_1 - \phi_2$  で与えられる。

バケツの高さは、(3-44) で  $\phi = \phi_s$  と置いてやれば得られる。

$$W_m = \sqrt{-\frac{\beta_s^2 E_s e V_0}{\omega_{rf}^2 \eta \pi h} (2 \cos \phi_s + (2\phi_s - \pi) \sin \phi_s)} \quad (3-47)$$

であり、特に  $\phi_s = 0$  の場合

$$W_m(0) = \sqrt{-\frac{2\beta_s^2 E_s e V_0}{\omega_{rf}^2 \eta \pi h}} \quad (3-48)$$

である。

さて、 $W$  の単位は、その定義  $\frac{\Delta E}{\omega_{rf}}$  から、[eV·s] である。運動量のずれに翻訳したい時には、

$$W = \frac{\Delta E}{\omega_{rf}} = \frac{\beta_s^2 E_s}{\omega_{rf}} \frac{\Delta E}{\beta_s^2 E_s} = \frac{\beta_s^2 E_s}{\omega_{rf}} \frac{dp}{p} \quad (3-49)$$

であるから、

$$\frac{dp}{p} = \frac{\omega_{rf}}{\beta_s^2 E_s} W \quad (3-50)$$

であることがわかる。

これでバケツの高さを翻訳してやると、

$$\begin{aligned} (\text{bucket height on } dp/p) &= \frac{\omega_{rf}}{\beta_s^2 E_s} W_m \\ &= \frac{\omega_{rf}}{\beta_s^2 E_s} \times \\ &\quad \sqrt{-\frac{\beta_s^2 E_s e V_0}{\omega_{rf}^2 \eta \pi h} (2 \cos \phi_s + (2\phi_s - \pi) \sin \phi_s)} \\ &= \sqrt{-\frac{e V_0}{\beta_s^2 E_s \pi h \eta} (2 \cos \phi_s + (2\phi_s - \pi) \sin \phi_s)} \end{aligned} \quad (3-51)$$

例えば、RCS の入射エネルギー 181 MeV ではスリッページは約  $-0.69$  であるから、 $\phi_s = 0$ 、RF 電圧を 68 KV としてやると、バケツの高さは  $dp/p$  にして  $0.97\%$  と計算できる。

セパラトリクスで囲まれた位相空間の面積を、バケツの面積 (bucket area) と呼ぶ。バケツはこの面積内に入る粒子を受け入れ可能であるので、縦方向のアクセプタンス (longitudinal acceptance) とも呼ばれている。

バケツの面積  $A$  は、(3-44) で求められる  $W_{SP}$  を  $\phi_2$  から  $\phi_1$  まで積分して、2 倍することで求められる。

$$\begin{aligned} A &= 8 \sqrt{-\frac{2\beta_s^2 E_s e V_0}{\omega_{rf}^2 \eta \pi h}} \alpha(\phi_s) \\ &= A(0) \alpha(\phi_s), \end{aligned} \quad (3-52)$$

ただし、

$$\alpha(\phi_s) = \int_{\phi_2}^{\phi_1} \sqrt{\frac{\cos \phi + \cos \phi_s + (\phi + \phi_s - \pi) \sin \phi_s}{32}} d\phi \quad (3-53)$$

である。 $\alpha(\phi_s)$  は数値積分で求められるが、 $\phi_s = 0$  では  $\alpha(0) = 1$ 、また  $\phi_s = \pi/2$  では  $\alpha(\pi/2) = 0$  という特別な値を取る。 $W$  の単位は [eV·s]、 $\phi$  は無次元なので、バケツの面積の単位も [eV·s] になる。

$\phi_s$  を変えた時のこれらのパラメータのプロットを図 14 に示した。 $\phi_s$  が大きくなっていくと、バケツの長さは急速に短くなり、バケツの高さ、面

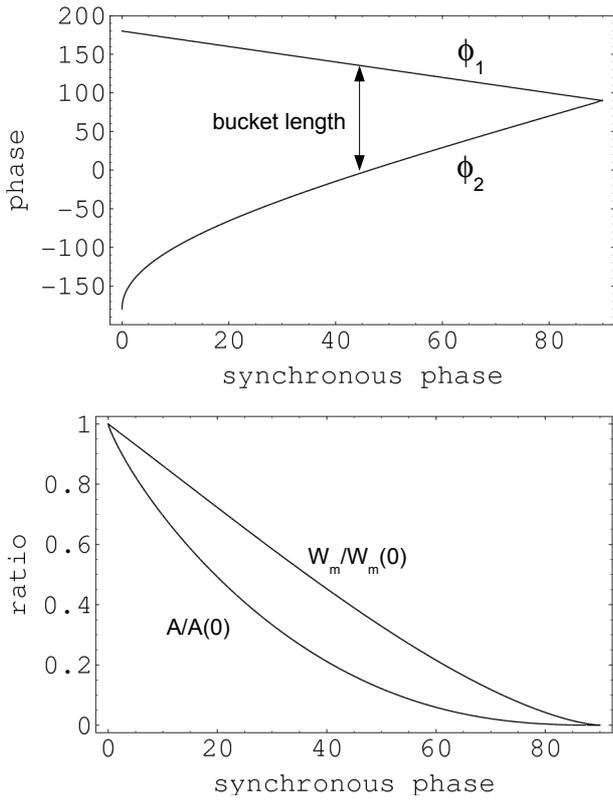


図 14 バケットの大きさを表すパラメータのプロット。

積も  $\phi_s = 0$  の時に比べ、大きく減少していくことがわかる。できるだけ  $\phi_s$  を小さくなるように、余裕をもった電圧が必要であることが理解できるだろう。

### 3.5 バンチとしての運動

さて、RF バケツ内で、個々の粒子の運動は位相空間内での回転運動であることは既に述べた通りである。粒子の集団であるバンチの運動としては、どのように見えるのだろうか。

まず、バンチの重心の運動を見てみよう。図 15 で、はじめに RF バケツの中心からずれた場所である 1 の重心を持つバンチは、等高線に沿って  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$  と反時計回りに回転運動を行う。この時、バンチの重心の位相は、位相方向への射影であるから、下に示したように、振動として観測される。これをダイポール振動 (dipole oscillation、二極振動) という。ダイポール振動は、位相のずれだけでなく、エネルギー方向のずれ

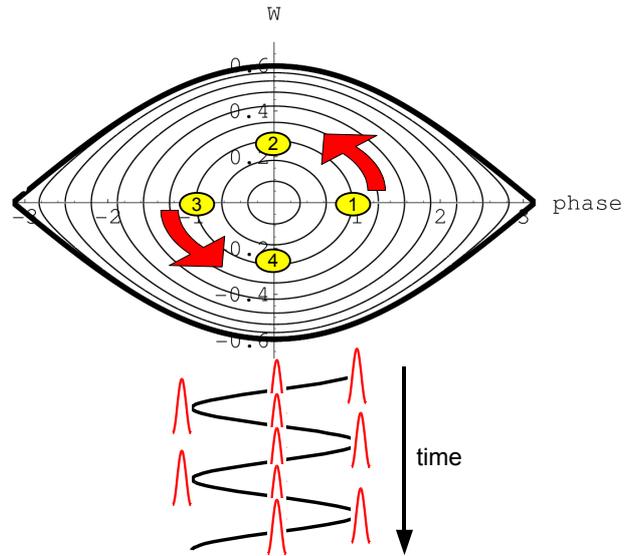


図 15 ダイポール振動の図解。

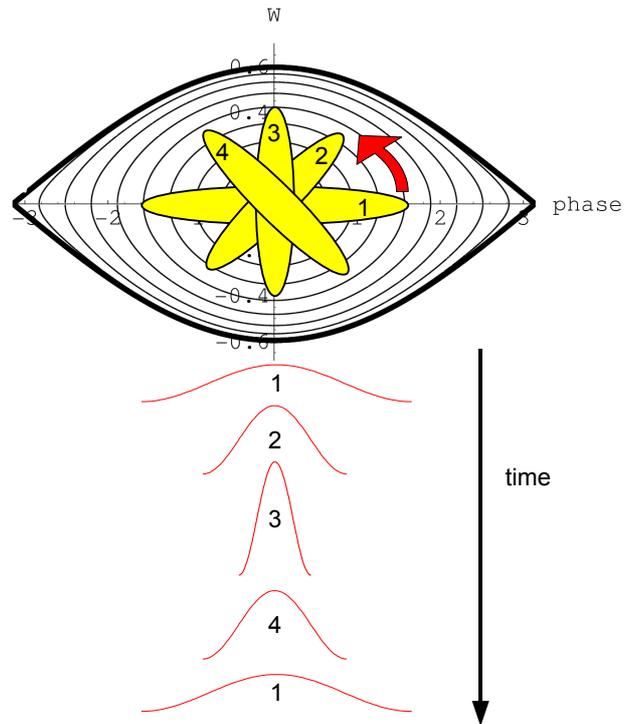


図 16 四極振動の図解。

によっても生じることは自明であろう。ダイポール振動は、ビームの位相測定や WCM のマウンテンプロットのほか、エネルギー方向の振動を検知する dR BPM の信号の振動として観測される。

次に、重心の位置はバケツの中心にあるが、粒子の分布がバケツ内の等高線と違った形を持つバン

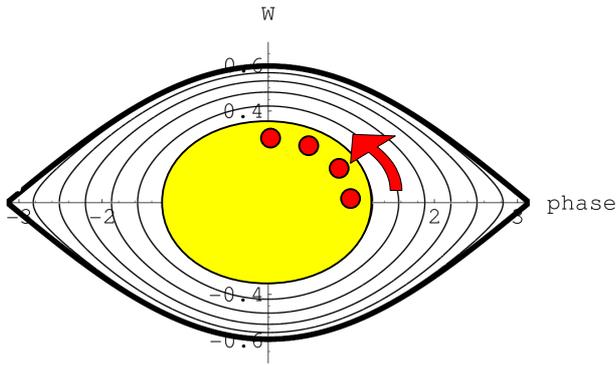


図 17 バケツとビームがマッチしている時、個々の粒子は回転運動を行うが、パンチとしての振動は観測されない。

チはどのように運動するだろうか。各々の粒子は等高線に沿って反時計回りに回転をするので、パンチの位相空間内での分布は、 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$  のように推移する。この時パンチは、図の下に示したように、重心はその位置を変えないが、長さおよびピーク電流の振動を起こす。これを四極振動 (quadrupole oscillation) と言う。パンチ内のある粒子に着目すると、粒子が半周したところで、パンチの形は元に戻る。よって、四極振動の振動数はシンクロトロン振動数の 2 倍、 $2f_s$  である。また、このようにパンチの位相空間内での分布と RF バケツの等高線の形が異なることを、RF バケツにミスマッチしていると言う。

反対に、バケツの等高線の形とパンチの粒子の分布が一致している時には、図 17 に示したように、個々の粒子はパンチの中で回転運動をしているが、パンチ全体としての振動は見られない。この状態を、RF バケツとビームがマッチしていると呼ぶ。

RCS から MR へのビームの受け渡しの際には、bucket-to-bucket 入射が行われる。この時、MR に入射してからの四極振動を避けるには、MR の RF バケツを RCS のビームにできるだけマッチさせることが重要である。RCS の取り出しビームが RF バケツにマッチしていることを仮定すれば、RCS の取り出しと MR の入射でバケツの高

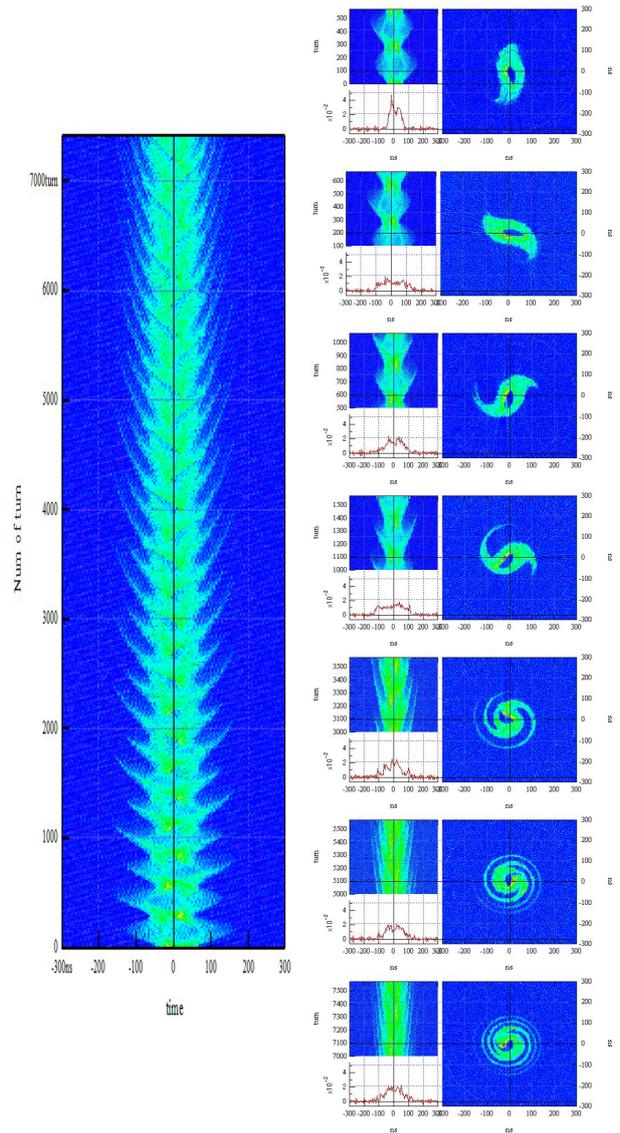


図 18 縦方向トモグラフィ (LT) による、MR におけるパンチの位相空間分布の再構成。左側のマウンテンプロットに対応するパンチ波形を、LT により解析した [15]。

さが同じであればよい。RCS の取り出しでの RF 周波数と MR の入射 RF 周波数は同じ、また取り出しおよび入射では  $\phi_s = 0$  であり、(3-48) から、RCS と MR で  $V_0/(h|\eta|)$  が等しくなれば良いことがわかる。RCS と MR のハーモニックナンバーはそれぞれ  $h = 2$  および  $h = 9$ 、また RCS の取り出し時と MR の入射時のスリッページはそれぞれ  $\eta = -0.045$  および  $\eta = -0.058$  である。従って、基本波のみを用いる場合、バケツをマッチ

させるためには MR の電圧を RCS の取り出しの約 6 倍程度に設定する必要がある。現在の通常の運転では、この条件は十分には満たされずに、MR 入射後には四極振動をしている。

振幅の大きい粒子は非線形性によりその回転運動に遅れを生じる。四極振動を続けると、この遅れは位相空間内で長いテールとなって表われる。これをフィラメンテーションと言う。実際の MR 入射ビームのフィラメンテーションの様子を図 18 に示した。これは、MR の入射後 7000 ターン後までの WCM のバンチ信号から、縦方向トモグラフィ (longitudinal tomography, LT) により位相空間分布を再構成した結果である [15]。入射直後、100、500、1000、3000、5000、7000 ターン後のバンチ波形および位相空間分布を図示されている。入射直後からバンチは回転運動 (四極振動) を起こし、バンチ辺縁部よりだんだんテールを引いていくフィラメンテーションの様子が見てとれる。

RF パケツの中でバンチが占める面積は、縦方向エミッタンス (longitudinal emittance) と呼ばれる。四極振動によりフィラメンテーションを起こした結果、縦方向エミッタンスは増大していく。もちろん不本意なエミッタンスの増加は避けなければならないが、一方、縦方向エミッタンスを増大させる目的で、あえてバンチの振動を (制御の下で) 起こさせることも行われている。

### 3.6 Adiabaticity

ここまで粒子の運動を、 $E_s$  が一定という近似のもとに議論してきた。加速が行われることにより  $E_s$  および  $\eta$  が変化するが、加速が十分ゆっくり行われている時には、縦方向の運動を表わすハミルトニアンに時間変化が小さく、断熱的 (adiabatic) な運動として考えることができる。運動が断熱的であることを示すパラメータ、adiabaticity  $\epsilon_a$  は

$$\epsilon_a = \frac{1}{\omega_s^2} \left| \frac{d\omega_s}{dt} \right| \quad (3-54)$$

で与えられる。 $\epsilon_a \ll 1$ 、実用上  $\epsilon_a < 0.1$  であるときには加速が十分ゆっくりで、断熱的な運動であ

るとしてよい。

また、RF によるバンチ操作 (RF gymnastics と呼ぶ) を行う場合、RF のパラメータ変化を滑らかに行いたい、つまり adiabatic に操作したい時があるが、電圧等の操作が上記を満たす場合には、RF gymnastics は adiabatic であると言える。

Adiabaticity が十分小さいかぎり、縦方向のエミッタンスは保存される。

## 4 LLRF 制御システムの概要とフィードバックについて

### 4.1 LLRF 制御システムの概要

ここでは、J-PARC シンクロトロン LLRF 制御システムの概要について述べる。RCS の LLRF 制御システムのブロック図を図 19 に示した。MR のシステムも同様の構成を持つ。

イントロダクションで述べたように、J-PARC の LLRF 制御システムは全てデジタル回路で構成されている。全ての回路は、J-PARC タイミングシステムから供給される 12 MHz をリファレンスとした 36 MHz のクロックで動作している。J-PARC のエネルギー領域までの陽子シンクロトロンは RF 周波数が数 MHz と低いため、ビーム信号や空洞 RF 電圧信号を、直接 A/D 変換できることが、linac や電子リングの LLRF との、ひとつの大きな違いである。ダウンコンバートのためのミキサーが不要であることは、環境によるドリフト等の変動を避けることにつながり、従って非常に再現性のよい制御を行うことが可能である。

しかしながら、デジタル回路で構成されているといっても、LLRF としての基本的な機能要素は、アナログで制御される従来の陽子シンクロトロンと同様である。列挙すると、

- 磁場のランプに対応した周波数をもつ RF の発生
- 空洞電圧の制御
- ビームフィードバックによる位相および周波数の調整
- ビームローディング補償

である。J-PARC のシンクロトロンでは、MA 空洞を用いているために、フェライト空洞に必要な同調制御が含まれないため、LLRF 制御システムはフェライト空洞のシステムよりもシンプルなものになっている。

J-PARC のシンクロトロンでは、第 6 節で述べ

るように、2 倍高調波の RF 電圧を積極的に活用してバンチ操作を行うほか、ビームローディング補償もマルチハーモニックなものが必要である。このため、LLRF 制御システムでは、マルチハーモニック RF 信号を DDS (direct digital synthesis) 技術を用いて生成している。DDS とは、デジタルの RF 信号波形を直接 D/A 変換して RF 信号を生成することである。DDS は、デジタル回路のマスタークロックが安定であれば、非常に精度が高く安定な周波数の RF 信号を発生させることができる。J-PARC では、マルチハーモニックの位相基準信号を生成し、振幅データと合わせて座標変換を行うことで、デジタルの RF 波形を得ている。位相基準信号の生成の概略を、図 20 に示した。位相加算器 (phase accumulator) には、周回周波数 ( $h = 1$ ) の周波数パターンが入力され、クロック毎に位相を加算して、 $-\pi$  から  $\pi$  までの鋸波状の位相基準信号を生成する。周回周波数パターンは、精度が必要とされるため、32 ビットのパターンを用い、また位相加算器も 32 ビットで加算を行っている。 $(h = 1)$  の位相基準信号からは、簡単なデジタル演算で高調波 ( $h = 2, 4, 6$ ) の位相基準信号を生成することができる。 $(h = 2, 4)$  はビット操作のみで可能であり、また  $(h = 6)$  の信号は  $(h = 2)$  と  $(h = 4)$  の位相基準信号を足し合わせるだけである。MR の場合は、RF 基本波周波数 ( $h = 9$ ) や 2 倍高調波 ( $h = 18$ )、また RF 基本波の隣のハーモニック ( $h = 8, 10$ ) が生成される。

アナログで高調波信号を生成しようとするならば PLL (phase lock loop) を用いなければならないため、PLL の応答やゲインを考慮しなければならないが、DDS により、PLL を用いることなく、マルチハーモニックの信号を生成できる。簡単な演算でハーモニクスが生成されていることから、各ハーモニック間の同期も容易である。

この位相基準信号は、各モジュールにデジタル信号として、分配され、マルチハーモニックの RF 信号生成や、空洞電圧およびビーム信号の検波に

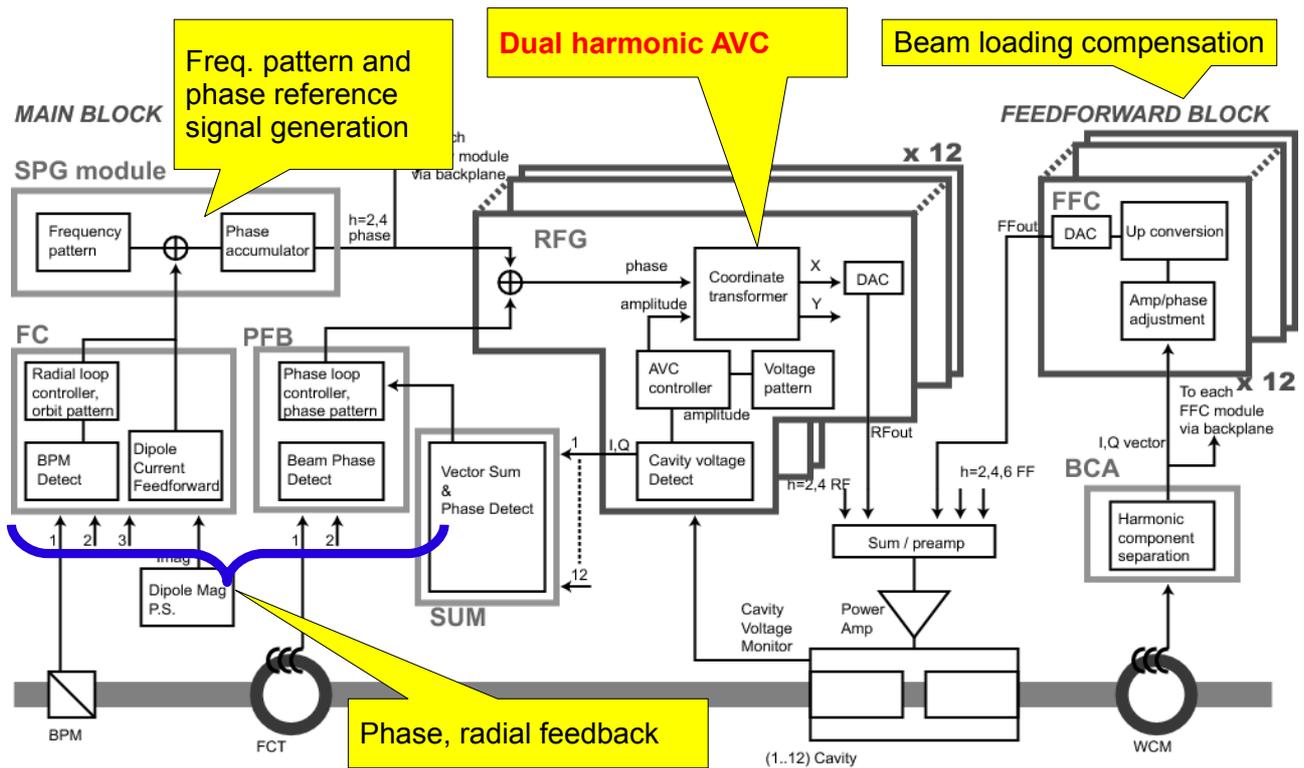


図 19 RCS LLRF block diagram (MR is similar).

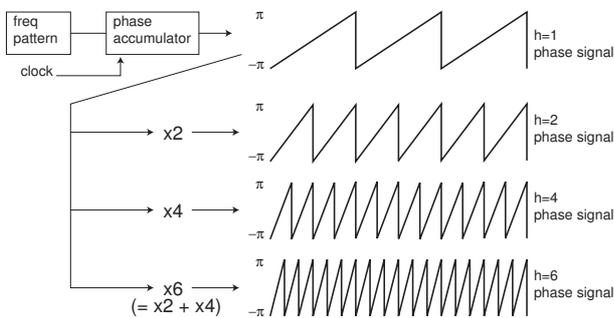


図 20 DDS によるマルチハーモニック位相基準信号の生成 (RCS の場合)。

使われる。

J-PARC シンクロトロン LLRF 制御システムの詳細やモジュールの機能、構成については、[16,17]を参照されたい。

#### 4.2 ビーム信号、および空洞電圧信号の検波について

ここでは、DDS により生成されたマルチハーモニックの位相基準信号から、空洞電圧やビーム信号のハーモニック成分を検波する方法について解

説しよう。ここでは RCS のハーモニック成分を例にして議論するが、MR においても対象とするハーモニクスが異なるだけで、議論はまったく同じである。

何が目的か

ビーム信号は、周回周波数を  $\omega_{rev}$  とした時に

$$\begin{aligned}
 & A_1(t) \sin(\omega_{rev}t + \phi_1(t)) + \\
 & A_2(t) \sin(2\omega_{rev}t + \phi_2(t)) + \\
 & A_3(t) \sin(3\omega_{rev}t + \phi_3(t)) + \dots \\
 & = \sum_n A_n(t) \sin(n\omega_{rev}t + \phi_n(t)) \quad (4-1)
 \end{aligned}$$

のように、ビーム周回の周波数および高調波の重畳として表わせる。ここに  $A_n(t)$  および  $\phi_n$  ( $n$  は整数) は、周回の  $n$  倍高調波の振幅および位相を表わしている。1 バンチ加速の時には、これら全ての成分が検出される。2 バンチ加速の時には、(2 つのバンチ粒子数が完全に同じだったとすると) 周回周波数の奇数倍の成分 ( $h = 1, 3, 5, \dots$ ) はキャ

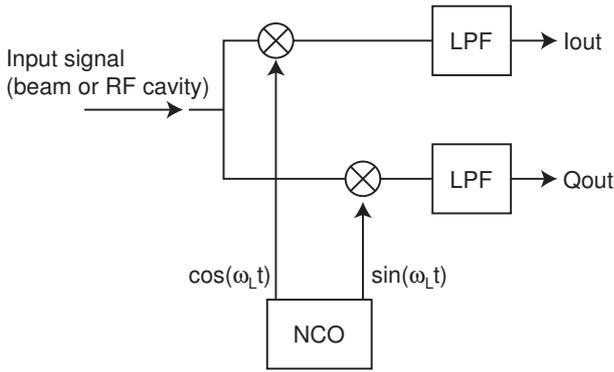


図 21 検波の概略図。図中、NCO は numerically-controlled oscillator の略。

ンセルされてしまい、

$$\begin{aligned}
 & A_2(t) \sin(2\omega_{\text{rev}}t + \phi_2(t)) + \\
 & A_4(t) \sin(4\omega_{\text{rev}}t + \phi_4(t)) + \\
 & A_6(t) \sin(6\omega_{\text{rev}}t + \phi_6(t)) + \dots \quad (4-2)
 \end{aligned}$$

と表わされる。

空胴の RF 電圧は、アンプから駆動される電流による電圧 (基本的に  $h = 2, 4$  の成分を持つ) とビームにより誘起される wake 電圧の和であるから、(4-1) と同じ表現となる。

ビームおよび空胴電圧を検波/検出/測定するとは、特定のハーモニクスに着目して、

1. 振幅 ( $A_n(t)$ ) および位相 ( $\phi_n(t)$ ) を取り出す (位相検出および振幅制御の場合に用いられる)
2. In-phase および Quadrature-Phase 信号として取り出し、ゲインと位相を与えて RF 信号を再構成する (第 6 節で述べる RF フィードフォワードの場合に用いられる)

ということである。

実際の計算

図 21 に、ハーモニクスの検波の概略を示す。

入力信号は 2 つに分配され、それぞれ  $\cos(\omega_L t)$ 、 $\sin(\omega_L t)$  と掛けあわされる。ここで  $\omega_L$  は検波しようとするハーモニクスの基準信号の周波数である。入力信号 (ビームまたは空胴電圧) が (4-1) で

表わされているとすると、 $\cos(\omega_L t)$ 、 $\sin(\omega_L t)$  との掛け算を行った結果はそれぞれ、

$$\begin{aligned}
 & \sum_n A_n(t) \sin(n\omega_{\text{rev}}t + \phi_n(t)) \cdot \cos(\omega_L t) = \\
 & \sum_n \frac{A_n(t)}{2} (\sin((n\omega_{\text{rev}} - \omega_L)t + \phi_n(t)) \\
 & \quad + \sin(n(\omega_{\text{rev}} + \omega_L)t + \phi_n(t))) \quad (4-3)
 \end{aligned}$$

および、

$$\begin{aligned}
 & \sum_n A_n(t) \sin(n\omega_{\text{rev}}t + \phi_n(t)) \cdot \sin(\omega_L t) = \\
 & \sum_n \frac{A_n(t)}{2} (\cos((n\omega_{\text{rev}} - \omega_L)t + \phi_n(t)) \\
 & \quad - \cos((n\omega_{\text{rev}} + \omega_L)t + \phi_n(t))) \quad (4-4)
 \end{aligned}$$

となる。

基準信号の周波数が入力信号 (ビームまたは空胴電圧) の特定のハーモニクスの周波数と非常に近い、または同じ時は、

$$n\omega_{\text{rev}} - \omega_L \begin{cases} \simeq 0 & (\omega_L \simeq n\omega_{\text{rev}} \text{ の時}) \\ \geq \omega_{\text{rev}} & (\omega_L \simeq n\omega_{\text{rev}} \text{ の時}) \end{cases} \quad (4-5)$$

であり、また常に

$$n\omega_{\text{rev}} + \omega_L \geq \omega_{\text{rev}} \quad (4-6)$$

であるから、(4-3) および (4-4) の出力をローパスフィルタ (LPF) に通したものを  $I_{\text{out}}$ 、 $Q_{\text{out}}$  とすると、狙ったハーモニクス ( $n'$ ) に関する ( $n'\omega_{\text{rev}} - \omega_L$ ) の項の成分 (すなわち、DC 成分) だけが残る。よって、

$$\begin{aligned}
 I_{\text{out}} &= \frac{A_{n'}(t)}{2} \sin((n'\omega_{\text{rev}} - \omega_L)t + \phi_{n'}(t)) \\
 &\simeq \frac{1}{2} A_{n'}(t) \sin(\phi_{n'}(t)) \quad (4-7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{out}} &= \frac{A_{n'}(t)}{2} \cos((n'\omega_{\text{rev}} - \omega_L)t + \phi_{n'}(t)) \\
 &\simeq \frac{1}{2} A_{n'}(t) \cos(\phi_{n'}(t)) \quad (4-8)
 \end{aligned}$$

を得る。

特定のハーモニクスだけを取り出すには、ローパスフィルタの帯域は  $\omega_{\text{rev}}$  以上を完全に除去するものでなければならない。RCS の場合は、 $f_{\text{rev}}$  は 469 kHz から 836 kHz まで変化するから、ローパスフィルタの帯域は 469 kHz を十分除去しなければならず、200 kHz の LPF を採用している。MR の場合は、周回周波数が 186 kHz なので、さらに狭帯域のローパスフィルタとなる。

検波出力の精度を決める要素のひとつとして、NCO で生成される  $\cos(\omega_L t)$  および  $\sin(\omega_L t)$  の品質があげられる。この波形にひずみがあり高調波成分を含んだり、振幅が 1 でなかったり、 $\cos(\omega_L t)$  信号と  $\sin(\omega_L t)$  信号の間の角がちょうど 90 度でなかったりすると、検波出力  $I_{\text{out}}$ 、 $Q_{\text{out}}$  に誤差が生じるのである。振幅が 1 で固定であることから、DDS により生成される位相基準信号から、 $\theta \rightarrow \cos \theta$  および  $\theta \rightarrow \sin \theta$  のルックアップテーブル (LUT) を用いることにより、誤差のない  $\cos(\omega_L t)$  および  $\sin(\omega_L t)$  を生成することができる。J-PARC シンクロトロン LLRF では、位相について 14 ビットアドレスの LUT (振幅 16 ビット) を用いている。

#### 振幅および位相検出

$I_{\text{out}}$  および  $Q_{\text{out}}$  には、特定のハーモニクスについての完全な情報が与えられている。 $Q_{\text{out}}$  (4-8) を  $X$ 、 $I_{\text{out}}$  (4-7) を  $Y$  として、 $(X, Y) \rightarrow (r, \theta)$  の座標変換を行うことにより、振幅  $A_{n'}(t)$  および位相  $\phi_{n'}(t)$  が得られる。

座標変換には CORDIC アルゴリズムを用いている。

また、空胴ごとの  $(I_{\text{out}}, Q_{\text{out}})$  ベクトルに、空胴の位置に対応する適切な回転を加えてから、足し合わせることで、ベクトル合成を行うことができる。ベクトル合成した  $I_{\text{sum}}$ 、 $Q_{\text{sum}}$  に座標変換を行うことで、ビームの見るベクトル合成空胴電圧の振幅および位相を検出することができる。

#### RF 信号の再構成

RF 信号を再構成しようとする場合は、 $I_{\text{out}}$  お

よび  $Q_{\text{out}}$  の信号から、基準信号を用いて特定のハーモニクスの正弦波信号を得なければならない。すなわち、

$$\frac{1}{2} A_{n'}(t) \sin(\phi_{n'}(t)) \quad (4-9)$$

$$\frac{1}{2} A_{n'}(t) \cos(\phi_{n'}(t)) \quad (4-10)$$

の組から、適切なゲイン  $G$ 、および位相オフセット  $\psi$  を与えて

$$G A_{n'}(t) \sin(\omega_L t + \phi_{n'}(t) + \psi) \quad (4-11)$$

が得られればよい。

図 22 に RF 信号の再構成のブロック図を示した。RF 信号のためには、 $I_{\text{out}}$  および  $Q_{\text{out}}$  にそれぞれ  $2G \cos(\omega_L t + \psi)$  および  $2G \sin(\omega_L t + \psi)$  を掛けて加えればよく、

$$\begin{aligned} (\text{RFout}) &= \\ & 2G (I_{\text{out}} \cos(\omega_L t + \psi) + Q_{\text{out}} \sin(\omega_L t + \psi)) \\ &= G (A_{n'}(t) \sin(\phi_{n'}(t)) \cos(\omega_L t + \psi) \\ & \quad + A_{n'}(t) \cos(\phi_{n'}(t)) \sin(\omega_L t + \psi)) \\ &= G A_{n'}(t) \sin(\omega_L t + \phi_{n'}(t) + \psi) \end{aligned} \quad (4-12)$$

が得られる。

RF 信号を再構成した場合、検波から再構成までを含めると、狙ったハーモニクスに対しての、ゲインと位相を自由に設定できるバンドパスフィルタとして働いていることがわかるだろう。RF 信号の再構成は、第 6 節で述べる RF フィードフォワードに用いられている。

#### 4.3 デュアルハーモニク AVC

先に述べたハーモニクスの検波の実例として、空胴の電圧制御について紹介しよう。

RCS では空胴を広帯域 ( $Q = 2$ ) に調整している。これにより加速周波数の周波数範囲だけでなく、2 倍高調波の周波数までアンプにより電圧を発生させることが可能である。これにより、単一の空胴に基本波と 2 倍高調波を重畳して発生させるデュアルハーモニク運転が可能になった。デュアルハーモニク運転により、2 倍高調波専用の

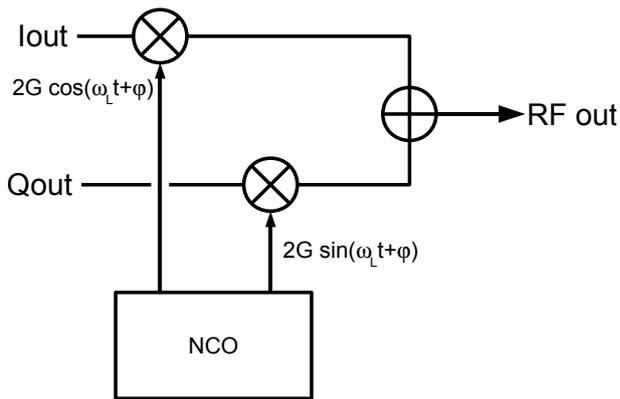


図 22 ゲインおよび位相を与えた RF 信号の再構成。

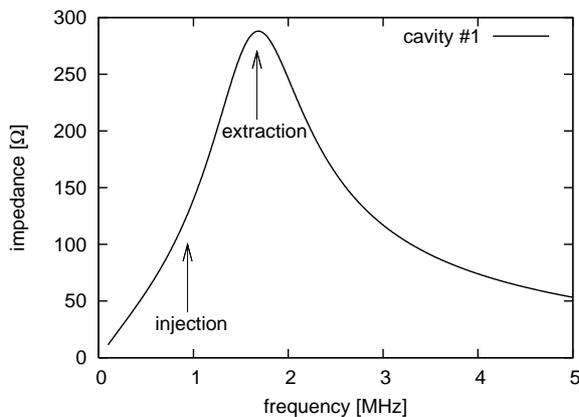


図 23 空胴インピーダンスの例。入射周波数と取り出しの周波数ではインピーダンスが大きく異なる。

空胴を配置することなく、大振幅の 2 倍高調波を発生させることができ、第 6 節で述べるようなパンチ整形を実現できる。

しかしながら、デュアルハーモニック運転のためには、基本波と 2 倍高調波の振幅を独立のパターンで制御しなければならない。また加速サイクル中、周波数のスイープにともない、図 23 に示すように、空胴のインピーダンスは大きく変化するためシステムのゲインは大きく変動する。このため、J-PARC の LLRF 制御システムの一部として、デュアルハーモニック AVC (auto voltage control、電圧制御) を開発した。

図 24 に、デュアルハーモニック AVC のブロック図を示した。空胴電圧モニタ信号は A/D 変換

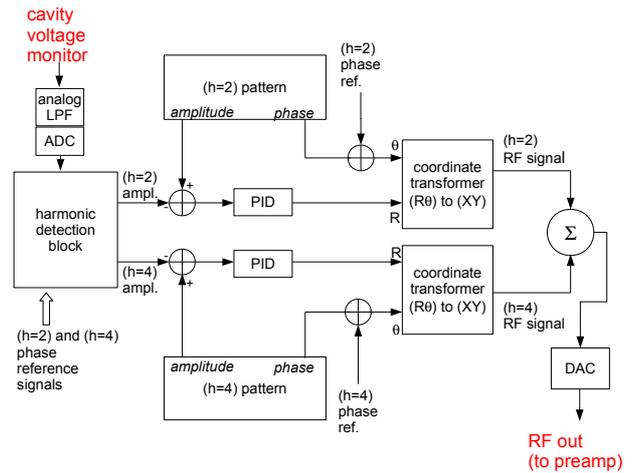


図 24 デュアルハーモニック AVC のブロック図。

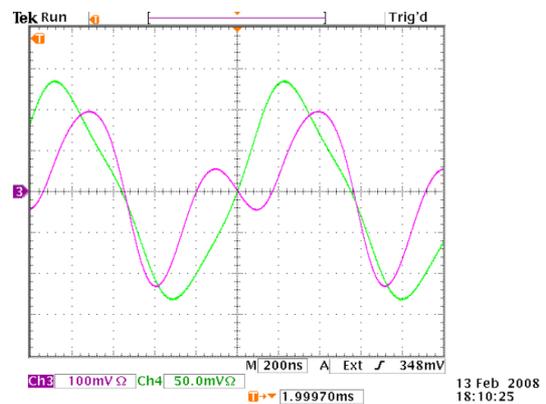


図 25 基本波のみでドライブした場合と 2 倍高調波を 80% 重畳した場合の電圧波形。

された後、harmonic detection block により、先に述べたハーモニクス of 検波が行われ、座標変換により振幅成分が取り出される。各ハーモニクス、 $(h = 2)$  および  $(h = 4)$  のそれぞれについて、電圧パターンとの比較が行われ、PID 制御ののちに、再度位相基準信号を用い、また座標変換を行って各ハーモニクの RF 信号を生成する。 $(h = 2)$  と  $(h = 4)$  の RF 信号は、デジタル信号のうちに足し合わされ、最終的に D/A 変換により、基本波と 2 倍高調波が重畳した RF 出力を得るのである。

実際にデュアルハーモニック運転を行った時の空胴電圧波形を図 25 に示す。この時の 2 倍高調波の振幅は基本波に対して 80% である。また、実

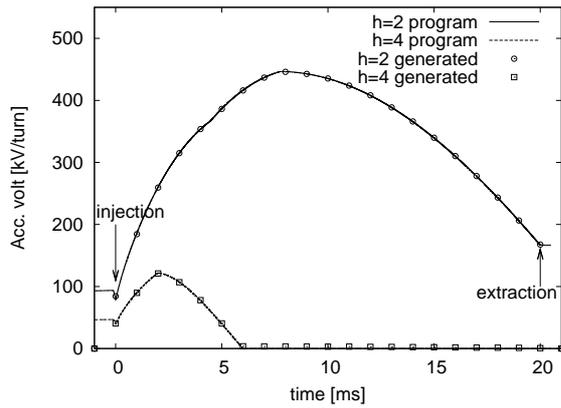


図 26 実際の加速に使われるパターンで運転した時のプログラムと電圧の実測の比較。

際の加速に使用する電圧パターンを走らせた時の、プログラム電圧と実測の比較を図 26 に示した。プログラム電圧と実測の電圧は非常によく一致している。

デュアルハーモニック AVC の詳細については、[18] を参照されたい。

ハーモニクス の検波は、このほか位相フィードバックのための位相検出にも使われている。デジタル検波を用いることにより、非常に精度の良い、また再現性の良い制御ができるようになったことを、ここでは強調しておきたい。

#### 4.4 位相フィードバックの簡単な解析

さて、ビームのダイポール振動を抑制する位相フィードバックについて、簡単な解析を試みよう [19–21]。

空胴 RF 電圧の位相にエラーがある時、ビームの位相にはどのように伝達するだろうか。RF 電圧の位相のエラーを  $\delta\phi_{rf}$ 、ビーム位相の変化を  $\delta\phi_b$  として、

$$\delta\phi_b = B\delta\phi_{rf} \quad (4-13)$$

なる伝達関数  $B$  を考えてみる。

$\phi_s$  のまわりの微小振幅の振動の時を考えて、

(3-24) から、

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d(\phi_s + \delta\phi_b)}{dt} = \frac{d\delta\phi_b}{dt} = 2\pi h\eta \frac{\Delta E}{\beta_s^2 E_s T_{revs}} \quad (4-14)$$

を得る。一方、位相エラーを含んだエネルギー増分の式は (3-25) より

$$\begin{aligned} \frac{d(T_{revs}\Delta E)}{dt} &= eV_0(\sin(\phi_s + \phi_b - \phi_{rf}) - \sin\phi_s) \\ &\simeq eV_0 \cos\phi_s \cdot (\delta\phi_b - \delta\phi_{rf}) \end{aligned} \quad (4-15)$$

である。(4-14) と (4-15) から、

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}\delta\phi_b &= \frac{2\pi h\eta eV_0 \cos\phi_s}{T_{revs}\beta_s^2 E_s}(\delta\phi_b - \delta\phi_{rf}) \\ &= -\omega_s^2\delta\phi_b + \omega_s^2\delta\phi_{rf} \end{aligned} \quad (4-16)$$

となる。ただし、

$$\omega_s^2 = \frac{2\pi h|\eta|eV_0 \cos\phi_s}{T_{revs}\beta_s^2 E_s} \quad (4-17)$$

であり、また  $\eta$  の符号を考慮した。両辺をラプラス変換すると、

$$(s^2 + \omega_s^2)\delta\phi_b(s) = \omega_s^2\delta\phi_{rf}(s) \quad (4-18)$$

である。但し、 $\delta\phi_b(s)$  および  $\delta\phi_{rf}(s)$  はそれぞれ  $\delta\phi_b$  および  $\delta\phi_{rf}$  のラプラス変換である。

以上より、

$$B(s) = \frac{\omega_s^2}{s^2 + \omega_s^2} \quad (4-19)$$

であることがわかる。この伝達関数のボード線図を図 27 に示した。 $f_s$  でゲインが無限大となることは伝達関数の形を見ても明らかだろう。周波数のエラーにシンクロトロン振動数の成分が含まれた場合に、振動が増大し不安定になるのである。

J-PARC のシンクロトロンでは、ビーム位相と空胴ベクトル合成位相を比較してフィードバックをかけている [22]。ビーム位相の変化と空胴位相の変化の差を  $\delta\phi_{diff}$  とすると、

$$\begin{aligned} \delta\phi_{diff}(s) &= \delta\phi_b(s) - \delta\phi_{rf}(s) \\ &= B\delta\phi_{rf}(s) - \delta\phi_{rf}(s) \\ &= (B - 1)\delta\phi_{rf}(s) \end{aligned} \quad (4-20)$$

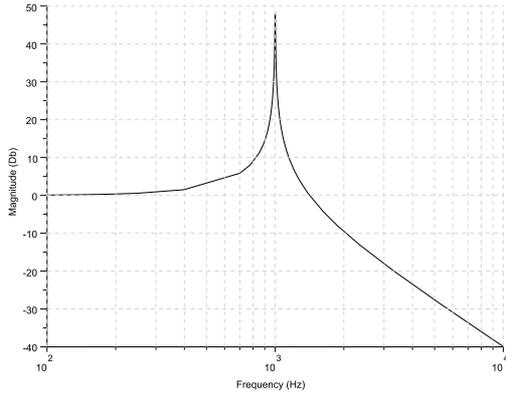


図 27 シンクロトロン振動数を 1000 Hz としたときの  $B(s)$  のボード線図。

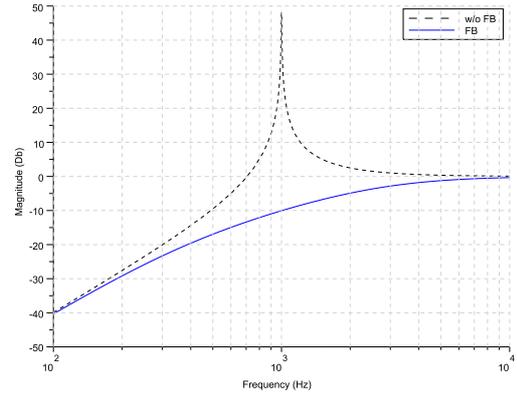


図 29 位相フィードバックを閉じた時のボード線図 ( $f_s = 1000$  Hz)。

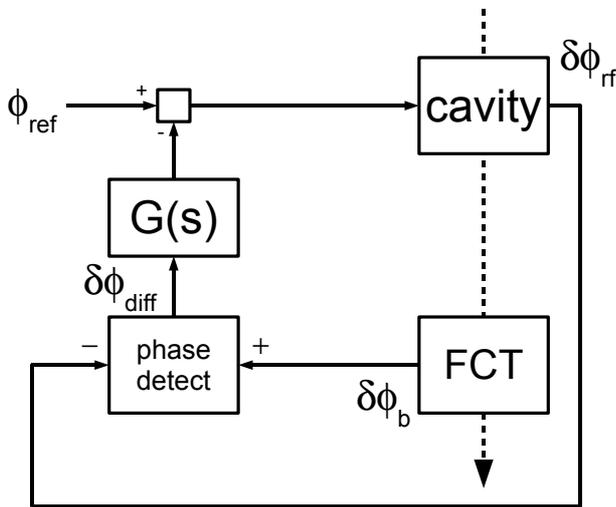


図 28 空洞とビームの位相差をフィードバックする場合のブロック図。

であるから、 $\delta\phi_{rf}$  から  $\delta\phi_{diff}$  への伝達関数  $B'$  は、

$$\begin{aligned} B' &= B - 1 = \frac{\omega_s^2}{s^2 + \omega_s^2} - 1 \\ &= \frac{-s^2}{s^2 + \omega_s^2} \end{aligned} \quad (4-21)$$

であることがわかる。検出された位相差に、制御要素  $G(s)$  を入れてフィードバックをかけてみよう。この時のブロック図を、図 28 に示した。

$G(s)$  として、比例積分要素

$$G(s) = K_P + \frac{K_I}{s} \quad (4-22)$$

を考える。 $K_P$ 、 $K_I$  はそれぞれ比例ゲインおよび積分ゲインである。フィードバックを閉じた時の伝達関数は、

$$\begin{aligned} \frac{\delta\phi_{diff}(s)}{\delta\phi_{rf}(s)} &= \frac{B'(s)}{1 + B'(s)G(s)} \\ &= \frac{s^2}{(K_P - 1)s^2 + K_I s - \omega_s^2} \end{aligned} \quad (4-23)$$

となる。(4-23) から、もし積分ゲインが 0、すなわち  $K_I = 0$  であると、極は

$$s = \pm \sqrt{\frac{\omega_s^2}{K_P - 1}} \quad (4-24)$$

となり、正負の実数または純虚数であるから、安定でないことがわかる。逆に、積分ゲインのみ ( $K_P = 0$ ) の時、伝達関数は

$$\frac{\delta\phi_{diff}(s)}{\delta\phi_{rf}(s)} = \frac{-s^2}{s^2 - K_I s + \omega_s^2} \quad (4-25)$$

になる。 $K_I < 0$  であれば極の実数部は負となり、振動はダンパされる。フィードバックを閉じた時の伝達関数のボード線図を、図 29 に示した。

## 5 RF 調整の実際

J-PARC のシンクロトロンでは、前節で述べたフルデジタルの LLRF 制御システムの特徴、(高精度および高再現性) を生かして RF の調整を行っている [23, 24]。ここでは、実際のデータを示しながら、各種の RF 調整のトピックを紹介していこう。

### 5.1 入射周波数調整

まず、RCS での入射周波数の調整の実際について述べる。

入射においては、linac からの入射ビームをバケツの中心に入射することが、不要な振動を抑えるために必要である。linac からの入射中間パルスのタイミングは、RCS の LLRF によって制御されており、RCS 側で自由に調整できる。

バケツの時間方向の中心へビームを入射したとしても、エネルギー方向にずれていると(周波数がずれていると)、バケツの中での回転運動はやはりダイポール振動となる。ダイポール振動の振幅から、周波数調整を行うことができる。

実際のビームのマウンテンプロットを見てみよう。ここでは、RCS の beam storage mode での例を示す。磁場はランプせず、従ってビームは加速されない。入射されたビームは 20 ms 後に 181 MeV のまま取り出される。この時の RF の待ち受け電圧は 68 kV であり、バケットハイトは  $dp/p$  にして、0.97% である。

まず、 $f_{rf} = 0.939471$  MHz の時に、入射ビームの時間を振動の中心に持ってくるように linac からのビームのタイミングを設定したのが、図 30 上のプロットである。

時間の中心に入射されたビームは、まず時間が遅い方向へ動き、その後振動しているのがわかる。位相空間で陽子は反時計回りに回転することを考えると、図 31 に示したように、この状態は、バケツの下半分にビームが入射されている状態であることがわかる。ダイポール振動の抑制のためには、

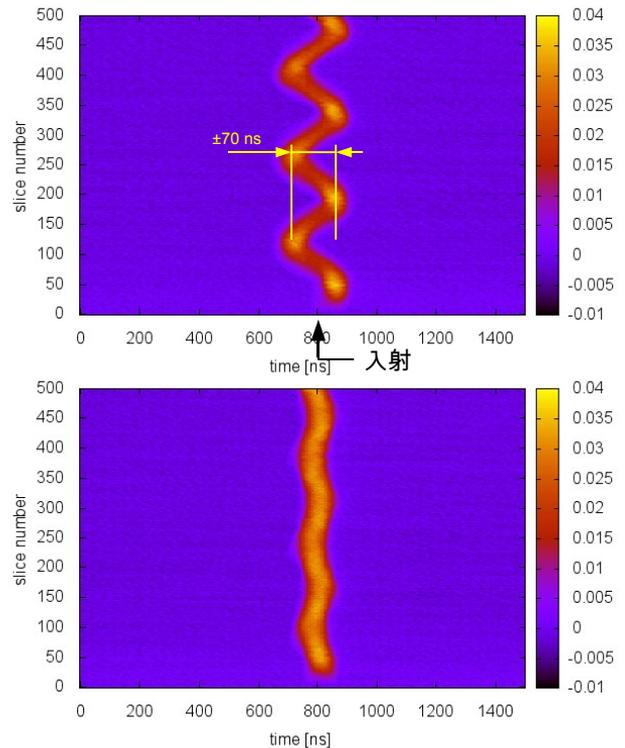


図 30 RCS の入射で、ビームの入射位相調整調整後のマウンテンプロット。上は  $f_{rf} = 0.939471$  MHz、下は  $f_{rf} = 0.938175$  MHz。

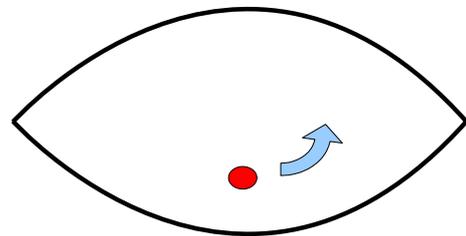


図 31 位相空間の下のほうにビームが入射されると、まず時間が遅い方向へ動き、ダイポール振動をする。

周波数を下げなければいけないことがわかる。

マウンテンプロットから、ダイポール振動の振幅は、70 ns であることがわかる。ダイポール振動の振幅から、エネルギーのずれを求めてみよう。 $\phi_s = 0$  でのハミルトニアン  $H_0$  は (3-41) より

$$H_0(\phi, W) = \frac{1}{2} \frac{\omega_{rf}^2 \eta}{\beta_s^2 E_s} W^2 + \frac{eV_0}{2\pi h} \cos \phi \quad (5-1)$$

である。バンチが RF バケツの中の  $(0, W_0)$  に入

射されているとすると、

$$H_0(0, W_0) = \frac{1}{2} \frac{\omega_{\text{rf}}^2 \eta}{\beta_s^2 E_s} W_0^2 + \frac{eV_0}{2\pi h}, \quad (5-2)$$

このバンチがダイポール振動の位相が最大の所で ( $\phi_0, 0$ ) を通ることから、

$$H_0(\phi_0, 0) = \frac{eV_0}{2\pi h} \cos \phi_0, \quad (5-3)$$

(5-2) と (5-3) が等しいので

$$\frac{1}{2} \frac{\omega_{\text{rf}}^2 \eta}{\beta_s^2 E_s} W_0^2 + \frac{eV_0}{2\pi h} = \frac{eV_0}{2\pi h} \cos \phi_0, \quad (5-4)$$

よって、

$$W_0 = \pm \sqrt{-\frac{\beta_s^2 E_s}{\omega_{\text{rf}}^2 \eta} \frac{eV_0}{\pi h} (1 - \cos \phi_0)} \quad (5-5)$$

を得る。バケツの高さの定義 (3-48) と比較すると、

$$W_0 = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \phi_0}{2}} W_m(0) \quad (5-6)$$

を得る。振動の振幅  $\phi_0$  が小さい時は、

$$W_0 \simeq \pm \frac{\phi_0}{2} W_m(0) \quad (5-7)$$

と近似できる (おおむね  $\pi/4$  くらいまでは良い近似である)。

RF 周期 1066 ns を使うと、(5-7) から、この時のエネルギー方向への振幅は

$$\frac{dp}{p} = \frac{1}{2} \cdot \frac{70}{1066} \cdot 2\pi \times 0.97 = 0.20 \quad [\%], \quad (5-8)$$

つまり、linac からのビームは、 $dp/p$  にして約  $-0.2\%$  の所に入射されていることがわかる。RCS の入射エネルギーでは、 $\eta = -0.69$  であるので、(3-14) から、

$$\begin{aligned} \Delta f_{\text{rf}} &= |\eta| \frac{\Delta p}{p} f_{\text{rf}} \\ &= 0.69 \times 0.002 \times 0.939471 \quad [\text{MHz}] \\ &\simeq 1296 \quad [\text{Hz}] \end{aligned} \quad (5-9)$$

だけ周波数を下げてやればよい。 $f_{\text{rf}} = 0.938175 \text{ MHz}$  とした時のマウンテンプロット

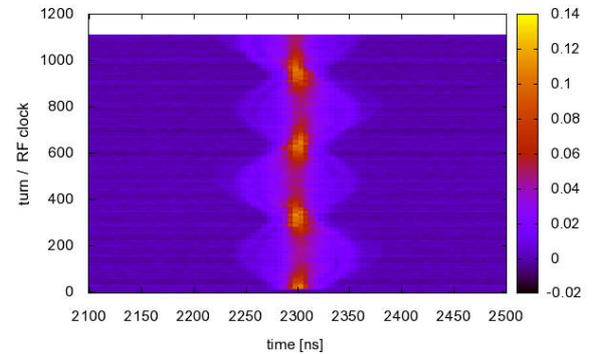
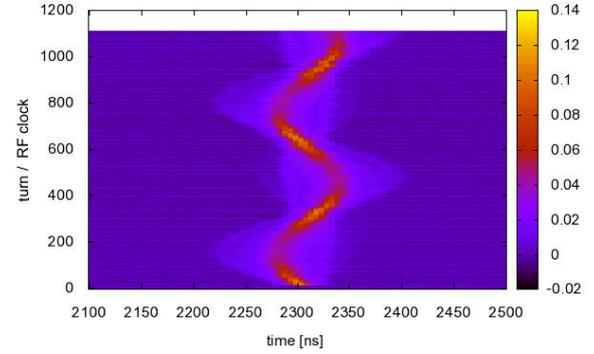


図 32 (上)  $f_{\text{rf}} = 1.671650 \text{ MHz}$  ではミスマッチしている。(下)  $f_{\text{rf}} = 1.671750 \text{ MHz}$  では運動量に RF 周波数がマッチしている。

を図 30 の下の図に示した。ダイポール振動が抑えられていることがわかる。この状態を、「リニアックからの入射ビームの運動量に RF 周波数をマッチさせた」と呼んでいる。

同様に MR の入射周波数の調整の例を、図 32 に示した。 $f_{\text{rf}} = 1.671650 \text{ MHz}$  で入射した時には、RCS からの入射ビームはまず時間が早い方へ動き、ダイポール振動をする。この場合、RF バケツの上半分に入射されていることがわかる。この時の MR の入射時の電圧 160 kV、スリッページ  $\eta = -0.058$  を用いると、バケツ高さは  $dp/p$  にして  $0.73\%$  となる。マウンテンプロットから読み取ったダイポール振動の振幅は 26 ns により、

(5-7) から、この時のエネルギー方向への振幅は

$$\frac{dp}{p} = \frac{1}{2} \cdot \frac{26}{598} \cdot 2\pi \times 0.73 = 0.99 \quad [\%] \quad (5-10)$$

となるので、周波数を

$$\begin{aligned} \Delta f_{\text{rf}} &= |\eta| \frac{\Delta p}{p} f_{\text{rf}} \\ &= 0.058 \times 0.00099 \times 1.67165 \quad [\text{MHz}] \\ &\simeq 96 \quad [\text{Hz}] \end{aligned} \quad (5-11)$$

だけ周波数を上げてやればよい。複数バッチの入射を行うために、MR の入射 RF 周波数は、RCS の加速サイクル 25 Hz の整数倍とすることになっているので、周波数を 100 Hz 上げ、 $f_{\text{rf}} = 1.671750 \text{ MHz}$  で入射した時のマウンテンプロットが図 32 の下のプロットである。ダイポール振動が抑えられて、四極振動だけになったことがわかる。

## 5.2 加速周波数の調整

次に、加速中の RF 周波数の調整について述べる。磁石のパターン運転の立ち上げ後十分に時間が経過すると、熱的に平衡に達するため、偏向電磁石の磁場は安定となる。この状態ではサイクル毎の変動は非常に小さく、加速周波数パターンは、軌道フィードバックを使用せずに調整が行われている。

まず、周波数の初期パターンでビーム加速を行い、加速開始から取り出しまでの dR BPM 信号を記録する。そして、周波数パターンに次に示す式を用いて補正を加える。

$$\Delta f_{\text{correction}} = -f_{\text{rf}} \times \eta \times \frac{\Delta R}{(\text{dispersion})}. \quad (5-12)$$

補正を加えた周波数パターンで加速を行い、再度 dR BPM 信号を測定する。数回の試行により、dR BPM でのビーム位置をほぼ中心にすることができる。図 33 に RCS での補正前と補正後の dR BPM 信号の例を示した。この例では、補正前には 2 ms 付近で振動の中心は  $-3.5 \text{ mm}$ 、取り出し直前には  $-2 \text{ mm}$  であったのが、補正後にはサイクルを通じて  $\pm 1 \text{ mm}$  以内でおさまっている。

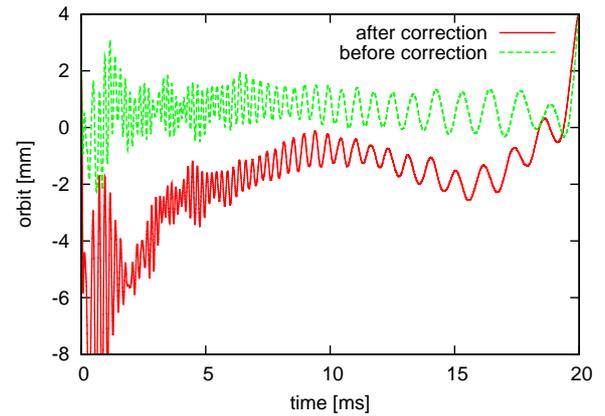


図 33 周波数補正前および補正後の dR BPM 信号 (RCS)。

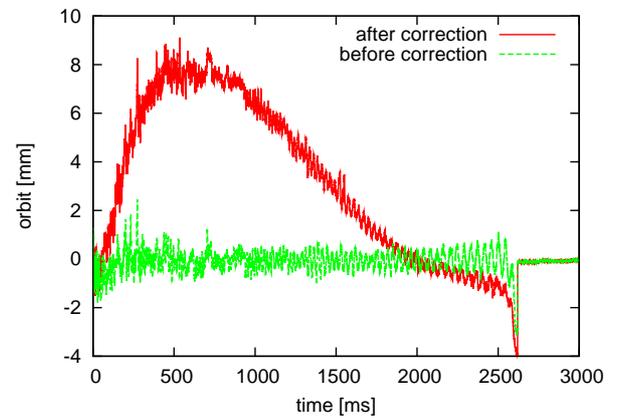


図 34 周波数補正前および補正後の dR BPM 信号 (MR)。

同様に MR での補正前後の dR BPM 信号の例を、図 34 に示した。調整前では加速開始から 0.5 秒ほどの所で外側に 8 mm と大きく軌道のずれが生じており、これは運動量のずれにして 0.3% に相当する。補正後は、ダイポール振動の中心をほぼ 0 mm のところに収めることができている。

一度調整すると、運転期間中は再調整なしにそのまま安定に加速することができる。

このように軌道フィードバックを閉じずに安定な加速ができるのは、まず、第 4 節で述べた DDS の発生する周波数が高精度かつ非常に安定であるからである。J-PARC シンクロトロンの場合、周波数のレゾリューションは約  $10^{-7}$  で



図 35 RCS の取り出しビーム (ビームパワー 20 kW) のジッター測定。ジッターは 1 ns 以内である。

ある。これは、アナログの LLRF で使用される VCO (voltage controlled oscillator) の精度 (約  $10^{-4}$ ) に比べて非常に高精度である。MR においては、スリッページの絶対値  $|\eta|$  が小さく、入射で 0.058 であるものが加速とともに急速に減少し、加速開始から 1 秒経過した時点では 0.005 以下になり、加速終了時点では 0.002 程度になってしまう。フラットトップにおいては、RF 周波数 1.72 MHz に対し、わずか 10 Hz ( $5.8 \times 10^{-6}$ ) の周波数のずれが約 0.3% もの運動量のエラーとなり、ディスプレイのピーク (約 2.5 m) で 7 mm 以上の軌道のずれとなるということである。 $10^{-4}$  の精度の VCO を使うならば、軌道フィードバックが必須であることは明白である。

また、J-PARC の加速運転周期が、商用 AC ラインの周波数に非同期であることも重要である。J-PARC の運転周期は、高精度のシンセサイザーにより発生されるマスタークロックに従っているために、正確なものになっている。商用 AC ラインの周波数には、0.1% 程度の変動があるため、加速運転周期が (従って、磁場のランプが) AC ラインに同期しているならば、やはりビームを用いた軌道フィードバックによる周波数補正が必須となる。

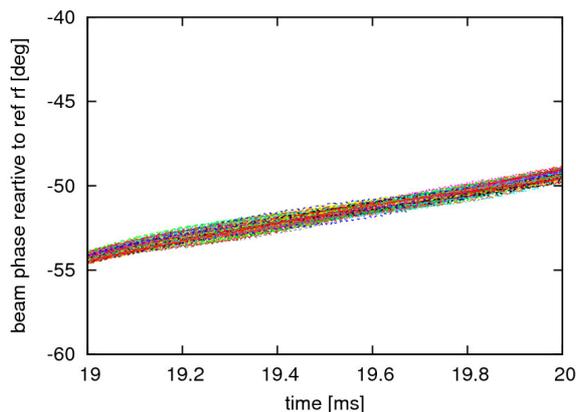
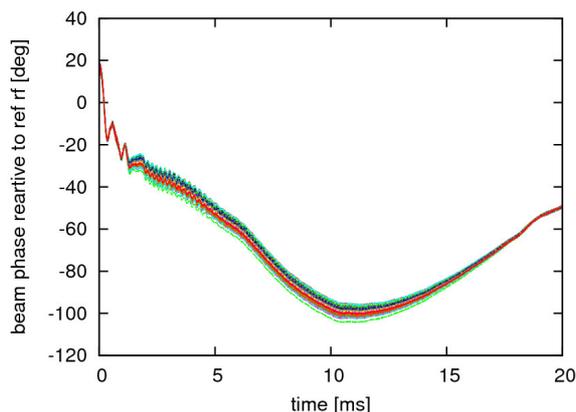


図 36 RCS の 25 Hz 運転中 (ビームパワーは 300 kW) の加速中の位相測定。下は取り出し直前の時間の拡大である。取り出し直前では、位相のばらつきは全幅で約 1 度、すなわち 1.7 ns 以内である。

RF 信号の発生に高精度の DDS を用いていること、そして加速運転周期が AC ラインと非同期であることにより、J-PARC は、取り出しビームのタイミングの高安定化を達成している。実例を示そう。図 35 は、25 Hz の連続運転中 (ビームパワーは 20 kW) の RCS からの取り出しビームを 3NBT (RCS から MLF へのビームトランスポートライン) の FCT で捕捉したものを、多数のパルスについて重ね書きしたものである。この測定では、トリガーは、J-PARC のタイミングシステムで生成される正確な 25 Hz のパルスである。ジッターは非常に少なく、1 ns 以下であった。ハイパワーのビームについても安定なタイミングが実現できている。図 36 に、300 kW ビームの 25 Hz 1

時間連続運転中の 200 ショットについての、加速サイクル中のビーム位相測定を示した。取り出し直前でのビーム位相のばらつきは全幅で約 1 度以内、すなわちタイミングにして約 1.7 ns 以下のばらつきである。このような高安定な RCS の取り出しビームタイミングにより、MR への安定な入射も実現できている。

### 5.3 シンクロトロン振動数による電圧のチェック

空胴の電圧設定を変えながら、シンクロトロン振動数を測定することで、実際にビームが感じる電圧を知ることができ、電圧モニタの校正の参考にすることができる。WCM のビーム信号をリアルタイムスペクトラムアナライザに入力し、シンクロトロン振動のサイドバンド周波数を測定することで、シンクロトロン振動数を測定できる。なるべく長い時間の FFT をさせたほうが精度が良いため、測定は加速をしない beam storage mode (RCS) および 3 GeV 周回モード (MR) で行われた。

また、シンクロトロン振動数には振幅依存性があるため、ビームはなるべくバケツの中心に入射されるように、入射位相およびエネルギーの調整を綿密に行う必要がある。

RF 電圧を変化させた時のシンクロトロン振動数の測定結果を、図 37 および図 38 にプロットした。ただし、X 軸は電圧 (kV) の平方根である。ここで、RF 周波数はそれぞれ、0.9388 MHz (RCS) および 1.6715 MHz (MR) である。

RCS では、計算よりもおよそ 3.5% ほど高い周波数であった。一方、MR では全体的に計算と良く合い、計算から  $\pm 1.5\%$  の範囲に入っている。

RCS の空胴は広帯域 ( $Q = 2$ ) であるため、入射付近の低い周波数では、終段アンプの真空管の 3 倍高調波歪みが比較的大きくギャップ電圧に現われる (図 39)。この高調波の影響が、RCS において  $f_s$  が計算からややずれる原因だと考えられている。一方、MR では比較的  $Q$  が高く波形が正弦波に近いので、計算と良く合うのである。

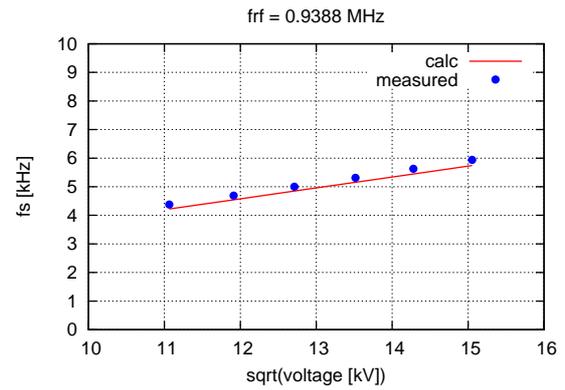


図 37 空胴電圧と  $f_s$  の関係 (RCS)。

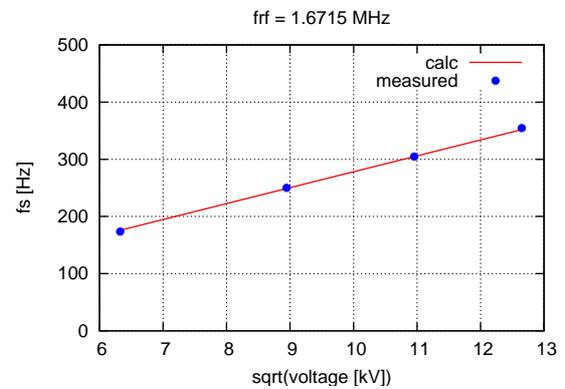


図 38 空胴電圧と  $f_s$  の関係 (MR)。

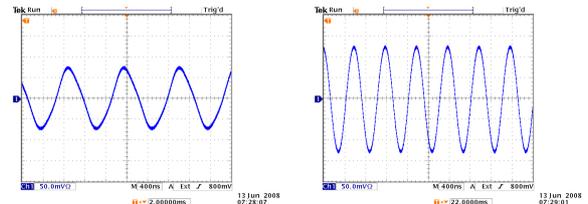


図 39 空胴電圧モニタ信号。左: 0.938 MHz (入射)、右: 1.67 MHz (取り出し)。入射時の波形は三倍高調波で歪んでいる。

### 5.4 位相フィードバックの実際

RCS での位相フィードバックの効果のようすを見てみよう。図 40 に、入射から取り出しまでの delta-R BPM の位置信号を位相フィードバック OFF (上) および ON (下) の場合について示した。位相フィードバックが OFF の場合、大きなダイポール振動が加速開始から取り出しまで続いていることがわかる。RCS では、デルタ R BPM で

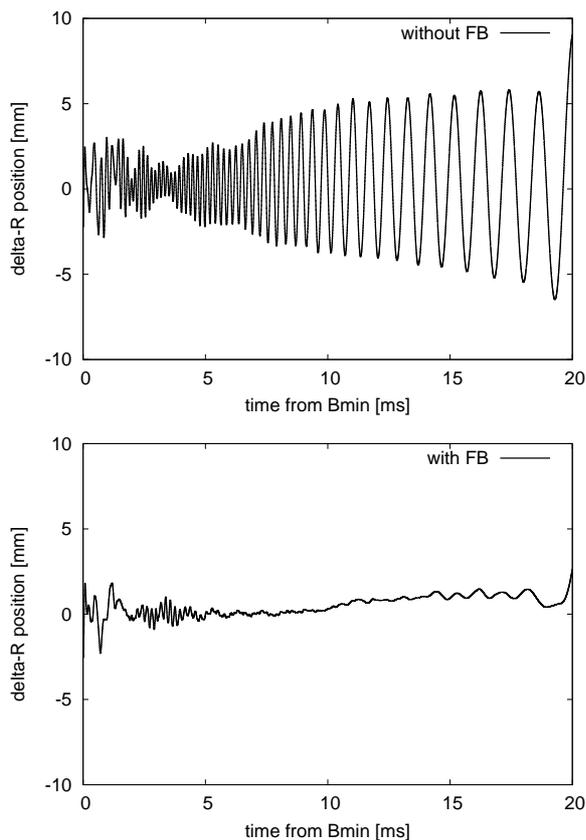


図 40 RCS での delta-R BPM 位置信号。上は位相フィードバック OFF、下は ON の場合である。加速から取り出しまでの全加速サイクルをプロットしている。

のディスパージョンは約 4.8 m であるので、この振動の振幅は運動量のずれにして  $dp/p \simeq \pm 0.1\%$  程度に相当する。位相フィードバックが ON の時は、ダイポール振動は速やかにダンプしていることがわかるだろう。J-PARC のシンクロトロンでは、第 4 節で示したように、空胴とビームの位相差をフィードバックしているので、ここでは積分ゲインのみをかけている。

ダイポール振動は、ディスパージョンの大きな所でのアパーチャーリミットによるビームロスにつながることはもちろんであるが、特に大強度ビームを加速する場合、運動量のずれた粒子についてのクロマティシティによるベータトロンチューンの広がりによるビームロスが問題となる。RCS では、100 kW 相当の強度では位相フィードバック

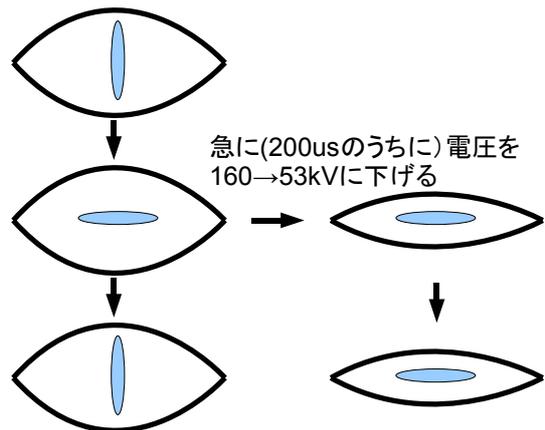


図 41 四極振動抑制の概念図。1/4 回転後に急に電圧を下げることでパンチに電圧をマッチさせる。

OFF (従って、ダイポール振動は取り出しまで継続する) でもロスなく加速できているが、300 kW 相当のビームでは加速の中盤で大きなビームロスを生じてしまうために、位相フィードバックが必須となっている。

### 5.5 MR での RF gymnastics の例

現在の RCS の通常の電圧パターンでは、取り出しの電圧が比較的高く設定されているため、MR の待受電圧 (160 kV) とマッチしていない。このため、MR への入射後、ビームは四極振動を起こす。四極振動の抑制には、RCS の取り出しの電圧を下げる方法や、MR の RF 電圧を揺さぶる方法の他にも、方法がある。ここでは、MR での RF gymnastics の一例として、non-adiabatic な電圧操作による四極振動の抑制を紹介する。

図 41 に、四極振動抑制の概念図を示した。MR へのビーム入射後、パンチが位相空間内で 1/4 回転した時に、急に (non-adiabatic に) RF 電圧を下げてやることにより、RF 電圧とパンチがマッチし、四極振動を抑制できるのである。

実際に MR で電圧操作を行わない時と行ったときのマウンテンプロットを図 42 に示した。この時、入射から 400  $\mu$ s 後に、電圧を急に 160 kV から 53 kV に下げている。マウンテンプロットを見

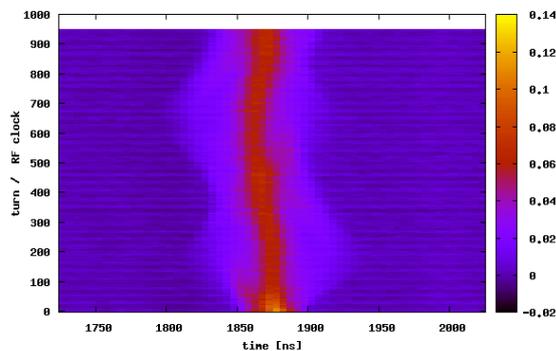
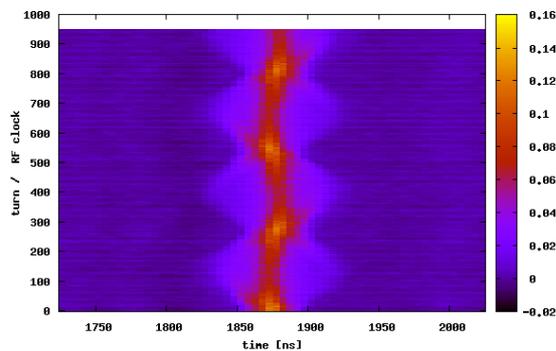


図 42 電圧操作なし (上) とあり (下) でのマウンテンプロットの比較。

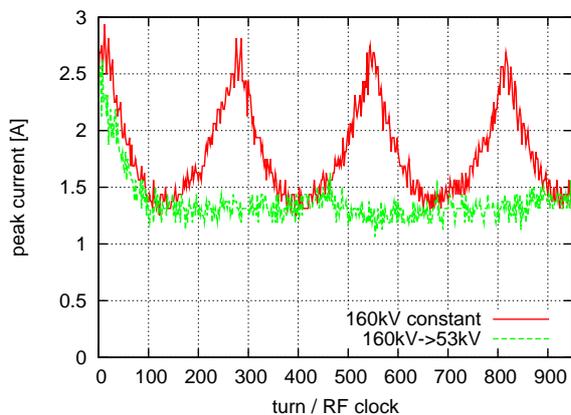


図 43 電圧操作なし (赤) とあり (緑) でのピーク電流の比較。

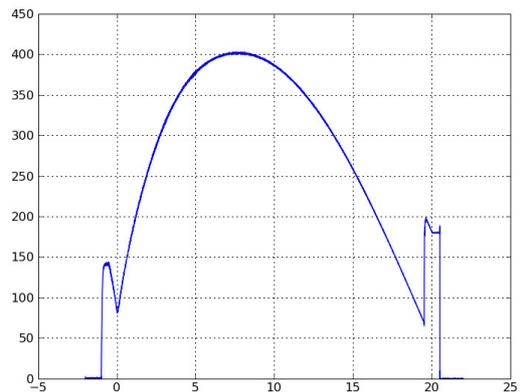


図 44 RCS の取り出しでバンチ回転を行なうための電圧パターン。横軸は  $B_{\min}$  からの時間 [ms]、縦軸は加速電圧 [kV] である。

ると、通常の場合では周期的に密度の濃い部分が現われるのに対し、電圧操作を行なった場合には、1/4 回転したところで四極振動が抑制され、密度の濃い部分が出ないことがわかる。図 43 から、電圧を下げたタイミング以降では、ピーク電流が変化していないことがわかる。

このような電圧操作を行い四極振動を抑制したビームは運動量の広がり小さいため、ビームコミッションにおける各種の測定を行うのに適している。また、RF 電圧を揺さぶる方法よりも短時間で四極振動を抑制できる。

この手法は、MR の初期の 3 GeV 周回モードでのコミッションで非常に有効であった。

### 5.6 RCS での RF gymnastics の例

次に、RCS での RF gymnastics の例として、取り出しビームの操作について述べる。

MR への入射ビームとしては、後述する空間電荷効果の抑制のために、なるべく長いバンチが求められている一方、MLF におけるミュオン実験のグループからは、バンチ長が短いビームが求められている。また、3NBT の調整のために、運動量広がり通常より大きい ( $dp/p$  が大きい) ビームが要求されることがある。

以下のような手法で、通常より短かいバンチを

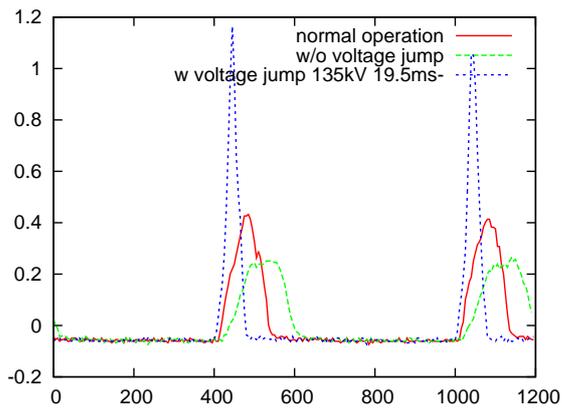


図 45 バンチ回転を行わない場合、行った場合、通常の電圧パターンの時の取り出し直前のバンチ波形の比較。

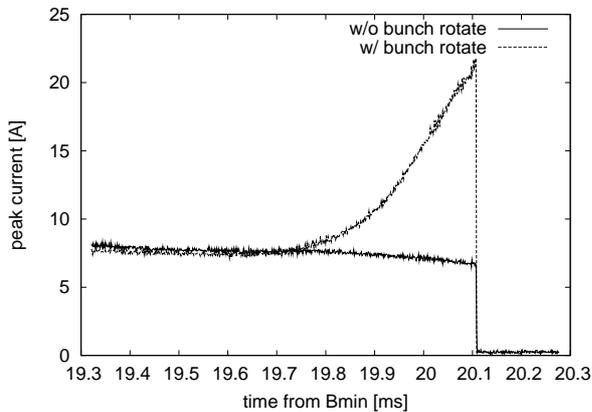


図 46 バンチ回転を行わない場合 (上) と行った場合 (下) のピーク電流の比較。

実現することができる。まず、RCS の入射で 2 倍高調波を基本波電圧の 50% 入れ (2 倍高調波については第 6 節で述べる)、また、取り出し電圧が通常よりも低い電圧パターンにして、取り出し近くで、バンチ長が通常より長く運動量広がりが小さいビームにする。具体的には、通常に取り出し電圧は 150 kV であるのに対し、取り出し電圧が 45 kV であるような電圧パターンにする。こうすると、通常に取り出し付近で 150 ns 程度 (裾野の幅) であったバンチ長が、約 230 ns に伸びる。

このビームに対し、取り出しの直前で急に電圧を上げてやることで四極振動を起こしてやり、ちょうど取り出しの時にバンチがもっとも細く (運動

量広がりが最大に) なるようにしてやるのである。実際には、取り出しから 0.5 ms 前で、急に電圧を 135 kV 高とした。この時の電圧パターンを図 44 に示した (基本波電圧のみのプロットである)。

取り出し直前のバンチ波形の比較を図 45 に示した。バンチ回転を行った場合、バンチ長は 90 ns まで短くなっていることがわかる。取り出し直前のピーク電流の変化の比較を、図 46 に示した。バンチ回転をしない場合には、取り出しビームのピーク電流は 7 A 程度だったものが、回転を行った場合には 22 A 程度になっていることがわかる。

運動量広がりは、 $\pm 0.2\%$  から  $\pm 0.7\%$  に増加した。

バンチの回転はバンチ長の短縮のために有効な手段であるが、一方で、原理的に運動量広がりの増加を招くため、リングの運動量方向のアクセプタンスを超えてしまわないよう、注意が必要である。

## 6 大強度陽子ビームの加速にあたって

ここでは、大強度の陽子ビームの加速にあたり問題となる、空間電荷効果 (space charge effect) の抑制およびビームローディングの補償について述べよう。

### 6.1 空間電荷効果の抑制—縦方向ペインティング

ビーム強度が上がると、ビーム内の陽子間にはたらくクーロン力が無視できなくなる。これを空間電荷効果と呼ぶ。縦方向の空間電荷力は、その発散力のために、ビームに対して空洞の RF の電圧の減少として感じられる。縦方向の空間電荷効果は、[9] に詳しく述べられているので参照してほしい。

一方、ビームのベータトロロン振動に、空間電荷効果はチューンシフト (incoherent tune shift) として重大な影響を及ぼす。チューンシフトを  $\Delta\nu$  とすると、

$$\Delta\nu = -\frac{N_p r_p}{2\pi\epsilon\beta^2\gamma^3 B_f} \quad (6-1)$$

という式で計算される。但し、 $N_p$  は粒子数、 $r_p$  は classical proton radius、 $\epsilon$  はビームの横方向のエミッタンスである。 $B_f$  はバンチングファクター (bunching factor) と呼ばれる量で、

$$B_f = \frac{(\text{average current})}{(\text{peak current})} \quad (6-2)$$

で定義される、ピーク電流と平均電流の比である。バンチングファクターは 0 から 1 までの値をとり、coasting beam では 1 である。エネルギーの低い RCS の入射では、チューンシフトが特に問題となる。(6-2) からすぐにわかるように、横方向のエミッタンスを増大させること、そしてバンチングファクターを増やすことで、チューンシフトを減らすことができる。

RCS の入射では、横方向のエミッタンスの増大はパンプ電磁石を用いた横方向のペインティングにより実現される [25, 26]。バンチングファクターの増大は、入射時の RF パラメータの積極的

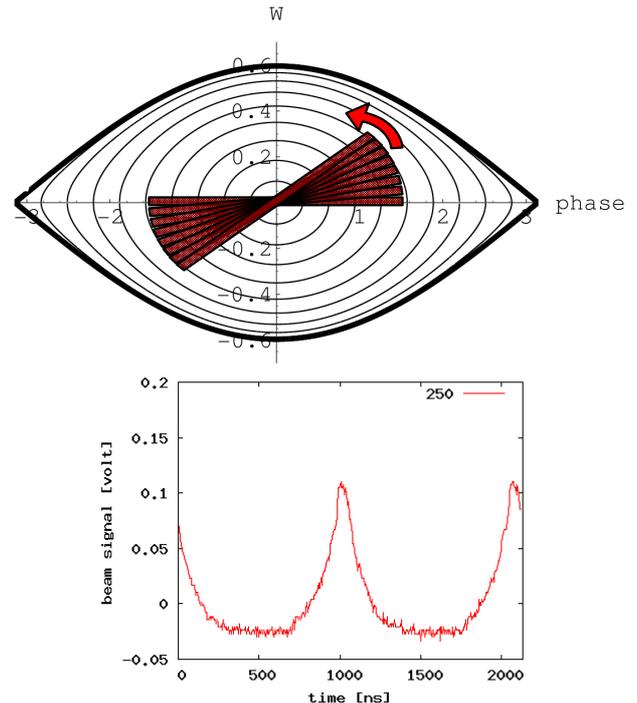


図 47 linac からの入射ビームは回転運動 (上) を行い、ピークの高いバンチが形成される (下)。

な操作により、ピーク電流の低いフラットなバンチを生成することにより実現される。この RF パラメータの積極的な操作を縦方向ペインティングと呼んでいる。

linac からのビームは、チョップしたビームをマルチターン入射することにより RCS のリングに蓄積される [26]。linac からの入射ビームは運動量の広がり小さく ( $dp/p = \pm 0.05\%$  程度) 時間方向に長いため、RCS の RF バケツにマッチしていない。このため、ターン毎に入射されたビームは四極振動をするが、その結果、入射終了後にはピーク電流の高いバンチが形成されてしまう (図 47)。このために、縦方向ペインティングが必要になるのである。

RCS における 1 MW ビームの加速のためには、 $B_f$  を 0.4 以上にしないといけないことがわかっている。縦方向のトラッキングシミュレーションによるパラメータの調査が行われた結果、J-PARC RCS では以下の手法の組み合わせによって、大きなバンチングファクターを得られることがわかっ

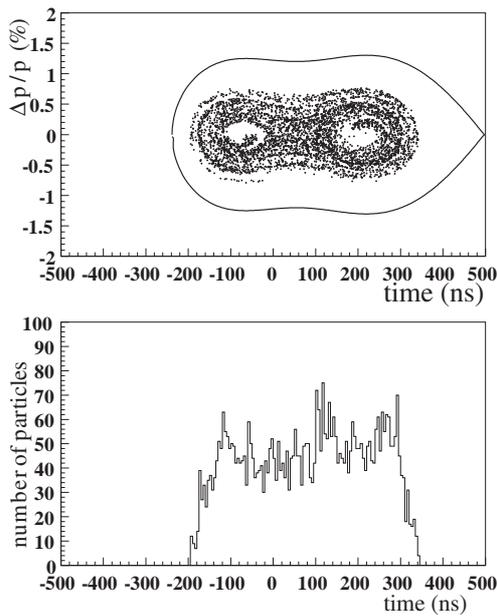


図 48 2 倍高調波振幅を基本波の 80% として、モーメントオフセットおよび 2 倍高調波位相スイープを組み合わせた時の分布のシミュレーション結果。

た [27]。

- モーメントオフセット (momentum offset) 入射
- 大振幅の 2 倍高調波
- 2 倍高調波の位相スイープ

これらの手法を組み合わせることで、図 48 に示されるような、フラットなバンチを得ることがシミュレーションにより示された。

順に解説していこう。

#### モーメントオフセット入射

モーメントオフセット入射の概念を図 49 に示した。入射ビームをバケツの下の方に入れることで、シンクロトロン運動をより大きく起こしてやり、バンチを広げてやるのが目的である。

モーメントオフセット入射は、linac からの入射ビームにマッチした周波数から少しずらした周波数で RF バケツを形成することで実現される。周波数オフセットの量  $df/f$  は、所望のモーメント

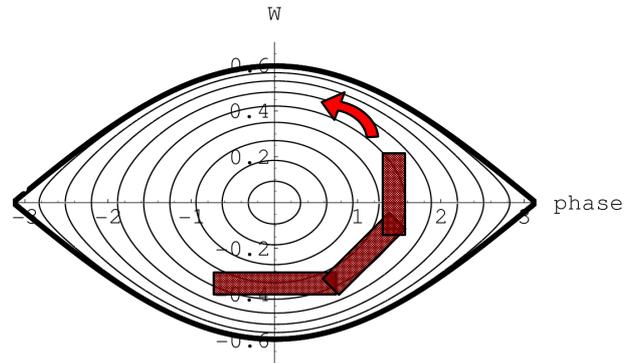


図 49 モーメントオフセット入射の概念。

タムオフセット量を  $dp/p$  として、

$$\frac{df}{f} = \eta \times \frac{dp}{p} \quad (6-3)$$

で与えられる。RCS の入射付近では  $\eta = -0.69$  であり、例えば  $dp/p = -0.2\%$  となる周波数オフセットの量は、1296 Hz である。

第 4 節で述べたように、J-PARC シンクロトロンの LLRF 制御システムでは DDS を用いた非常に高精度の信号生成をしているために、周波数のエラーは 0.1 Hz 程度であるので、精密なモーメントオフセットを実現できるのである。

#### 2 倍高調波重畳

2 倍高調波は  $\phi_s$  にロックする。合成電圧  $V_{\text{sum}}$  は、基本波のピーク電圧  $V_1$ 、2 倍高調波電圧  $V_2$  として

$$\begin{aligned} V_{\text{sum}} &= V_1 \sin \phi + V_2 \sin(\pi + 2(\phi - \phi_s)) \\ &= V_1 \sin \phi - V_2 \sin 2(\phi - \phi_s) \end{aligned} \quad (6-4)$$

と表わされる。2 倍高調波の位相をこのように設定してやることで、 $\phi_s$  にいる粒子は、上式で  $\phi = \phi_s$  を代入してやればすぐにわかるように、 $V_1 \sin \phi_s$  を感じる。つまり、 $V_1$  のみの電圧パターンの時と同じ同期位相を保ったまま加速されるということであり、2 倍高調波の導入により reference particle の加速には影響がないということである。

2 倍高調波電圧がある時のハミルトニアンを計算してみよう。(6-4) で与えられる 2 倍高調波電

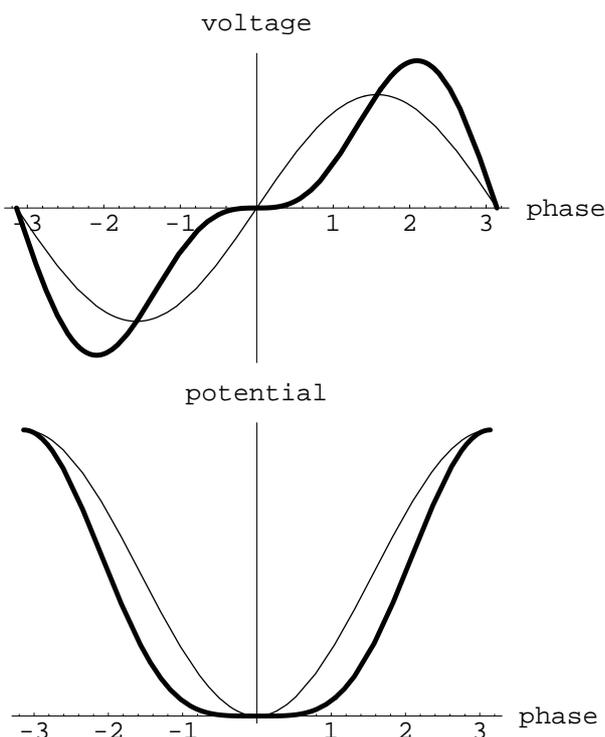


図 50 2 倍高調波振幅割合 50% での電圧波形およびポテンシャル ( $\phi_s = 0$ )。細い実線で基本波のみの場合を示した。

圧がある時、(3-25) は、

$$\frac{d(T_{\text{revs}}\Delta E)}{dt} = eV_1 \left( \sin \phi - \frac{V_2}{V_1} \sin 2(\phi - \phi_s) - \sin \phi_s \right) \quad (6-5)$$

と書き換えられる。ハミルトニアンポテンシャルの項は、

$$\frac{eV_1}{2\pi h} \left( \cos \phi + \phi \sin \phi_s - \frac{1}{2} \frac{V_2}{V_1} \cos 2(\phi - \phi_s) \right) \quad (6-6)$$

で与えられる。

入射時、 $\phi_s = 0$  の場合について RF 電圧波形およびポテンシャルをプロットしたものを、図 50 に示した。2 倍高調波電圧の割合を 50% とした時、電圧は 0 度付近でフラットになり、ポテンシャルが基本波のみの場合に比べて広がっていることがわかる。

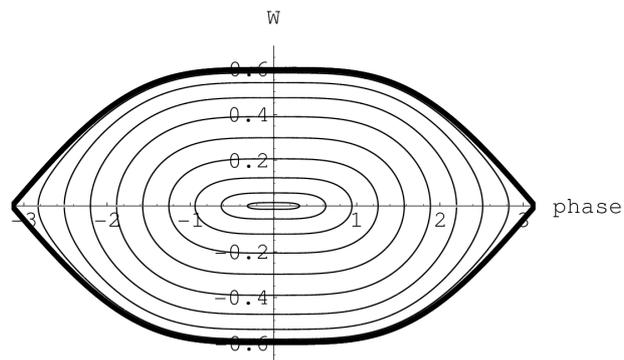


図 51  $\phi_s = 0$ 、2 倍高調波 50% での RF バケツ (太線) と粒子の軌道。

バケツの端を与える不安定不動点は、 $\phi_s = 0$  の時には基本波のみの時と同様に  $(\pi, 0)$  なので、同様に  $H_{\text{SP}}$  を計算してやると、

$$H_{\text{SP}} = \frac{eV_1}{2\pi h} \left( -1 - \frac{V_2}{2V_1} \right) \quad (6-7)$$

が得られ、

$$W^2 = -\frac{\beta_s^2 E_s}{\omega_{\text{rf}}^2 \eta} \frac{eV_1}{\pi h} \left( \cos \phi + 1 + \frac{V_2(\cos 2\phi - 1)}{V_1} \right) \quad (6-8)$$

により、セパトリクスを書くことができる。2 倍高調波の割合 50% の時の RF バケツを、図 51 に示した。このようにバケツの形状を平たくすることにより、パンチの形状をフラットにしようというのが狙いである。

小振幅の場合のシンクロトロン振動数を考えよう。基本波のみの時と同様に、 $\Delta\phi \equiv \phi - \phi_s \ll 2\pi$  の時を考えると、

$$\begin{aligned} \sin \phi - \sin \phi_s - \frac{V_2}{V_1} \sin 2(\phi - \phi_s) \\ \simeq \left( \cos \phi_s - \frac{2V_2}{V_1} \right) \Delta\phi \end{aligned} \quad (6-9)$$

であるから、

$$\frac{d^2\Delta\phi}{dt^2} = \frac{2\pi h \eta}{T_c^2} \frac{eV_0}{E_s} \left( \cos \phi_s - \frac{2V_2}{V_1} \right) \cdot \Delta\phi \quad (6-10)$$

を得る。 $\phi_s = 0$  で 2 倍高調波振幅の割合が 50% ( $V_2/V_1 = 0.5$ ) の時、右辺は 0 になる。つまりシ

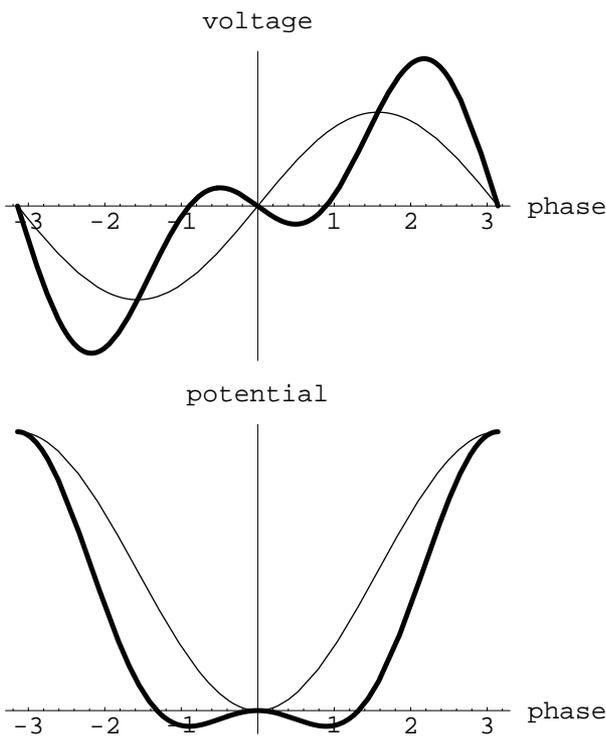


図 52 2 倍高調波振幅割合 80% での電圧波形およびポテンシャル ( $\phi_s = 0$ )。細い実線で基本波のみの場合を示した。

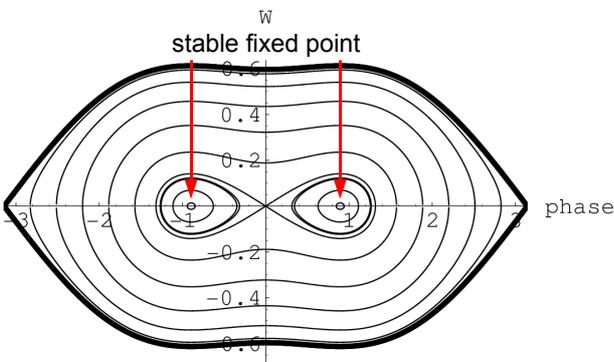


図 53  $\phi_s = 0$ 、2 倍高調波 80% での RF パケツ (太線) と粒子の軌道。

ンクトロン振動数が 0 となることがわかるだろう。

さて、2 倍高調波の割合を増やすと、ポテンシャルはどうなるであろうか。同様に  $\phi_s = 0$  で 2 倍高調波電圧の割合を 80% とした時の電圧波形およびポテンシャルを図 52 に示した。

もはや電圧波形は  $\phi = 0$  周辺でフラットでな

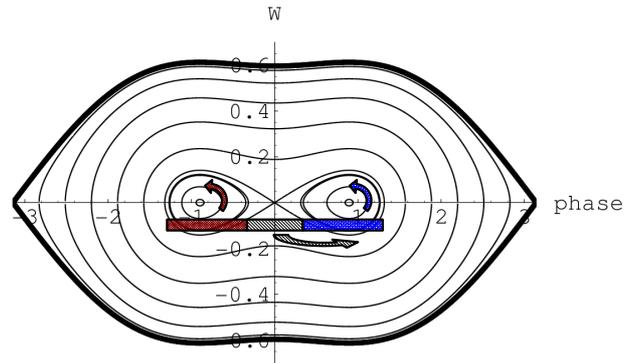


図 54 2 倍高調波 80% で、モーメントムありの場合のマルチターン入射の状況の概念図。

く、また  $\phi = 0$  はポテンシャルの極大値であり、不安定不動点になっていることがわかる。このことは (6-10) の右辺の係数の符号が、 $\eta < 0$  かつ  $V_2/V_1 > 0.5$  では

$$\eta \left( \cos(0) - \frac{2V_2}{V_1} \right) > 0 \quad (6-11)$$

であるから、もはや  $\phi = 0$  周辺では微小振動の解がないことと対応している。 $\phi = 0$  のまわりにポテンシャルの極小値が 2 個あり、これらが安定不動点である。

この時のパケツを図 53 に示した。パケツは中央がくびれたような形になっている。(0, 0) を通る粒子の軌道は、2 個の安定不動点を回る粒子の運動のセパトリクスを与えている。このセパトリクスの内側にかかるように linac からのビームが入射されると、粒子はこの範囲内に捕獲される。先に述べたモーメントムオフセット入射をしない場合、マルチターン入射後のバンチ波形が 2 個のピークを持つ形状になることは、容易に理解できるだろう。

このような大振幅の 2 倍高調波は、特にモーメントムオフセット入射との相性が良い。図 54 に示したように、linac からの入射ビームは、位相空間内で、1) 位相がマイナス側の安定不動点を回る軌道、2) 位相がマイナス側の安定不動点を回る軌道、3) 2 個の安定不動点のまわりのセパトリクスの外側を回る軌道、に分割され、回転運動を行

う。この結果、モーメントオフセットなしで入射された時に見られる 2 個のピークの間を埋める粒子が存在するために、最終的にフラットなパンチ波形が得られるのである。

## 2 倍高調波位相スイープ

2 倍高調波の位相スイープは、2 倍高調波の位相を入射期間中にスイープさせてやることで、RF パケツの形を動的に変化させて、粒子の運動を促進させることで、特に入射開始直後のパンチングファクターを改善しようというものである。2 倍高調波の位相は、以下の式に従うようにスイープさせる。

$$\phi_{(h=4)} = \frac{\phi_{\text{sweep}}}{T_{\text{inj}}} \left( t - \frac{T_{\text{inj}}}{2} \right) - 2\phi_s \quad [\text{deg}], \quad (6-12)$$

$\phi_{(h=4)}$  は 2 倍高調波の位相、 $\phi_{\text{sweep}}$  はスイープの範囲、 $T_{\text{inj}}$  は入射時間 (マクロパルス幅) である。

## 6.2 縦方向ペインティングの実際

縦方向のペインティングの効果を、実際のカレントモニターの信号を用いて見ていこう。ビーム試験のセットアップを、図 55 に示した。ロングメモリーのオシロスコープにより、WCM 信号を入射から取り出しまで全て記録し、LLRF 制御システムで生成される周回クロック信号を用いて、信号データをスライスしている。

また、この試験の時のビームパラメータを、表 2 に示した。linac のピーク電流は 15 mA、チョップ幅は 600 ns である。マクロパルス幅は 500  $\mu\text{s}$  で、この時、 $2.5 \times 10^{13}$  個の陽子が入射、加速されている。ビームは偏向磁場の最小値のタイミング  $B_{\text{min}}$  前後 250  $\mu\text{s}$  (前後 117 ターンずつ) にかけて入射されている。

RF 電圧のパターンを図 56 に示した。 $B_{\text{min}}$  から 1 ms までは 2 倍高調波電圧の基本波に対する割合は 80% に保たれ、 $B_{\text{min}}$  でゼロとなる。

モーメントオフセット入射のための周波数オフセットは、入射開始から  $B_{\text{min}}$  まで 1296 Hz (これは  $dp/p = -0.2\%$  に相当する) に保たれ、その後線形に減少させ、1 ms でオフセットなしとなる

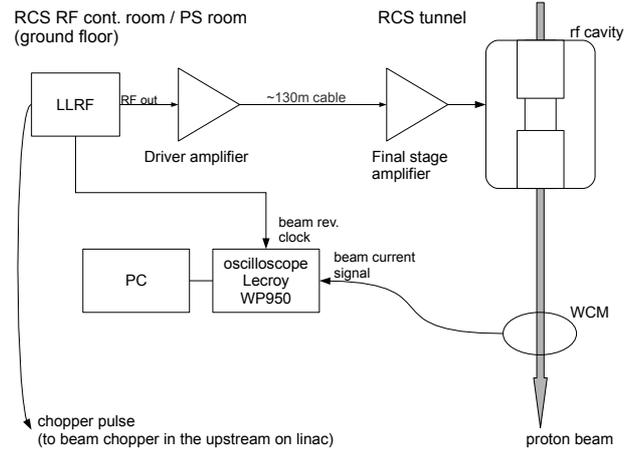


図 55 ビーム試験のセットアップ。簡単のため、1 RF システムのみ描いてある (実際には 11 台の空洞がある)。

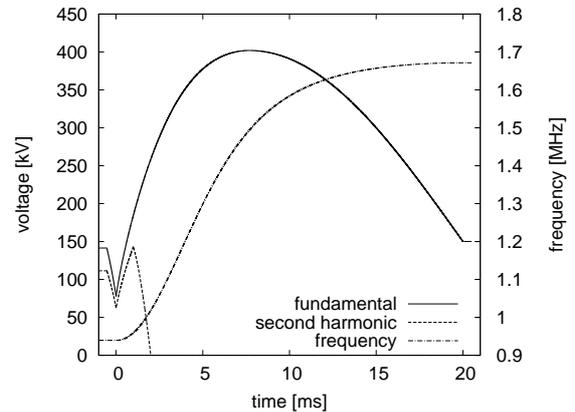


図 56 基本波および 2 倍高調波の電圧パターン、および周波数パターン。

パターンを採用している。

位相スイープは、100 度とした。2 倍高調波の位相は、基本波のベクトル合成電圧の位相を基準に、 $\phi_s$  のパターンを参照することで所望の位相になるようにフィードバックをかけている。図 57 に、スイープをしない場合とした場合の 2 倍高調波のベクトル合成位相の測定を示した。この例では、位相スイープの範囲は 100 度である。スイープをした場合としない場合の差がスイープ量であるが、高精度に制御できていることがわかるだろう。

縦方向ペインティングの操作を行わない場合と行った場合のマウンテンプロット、250 ターンでの

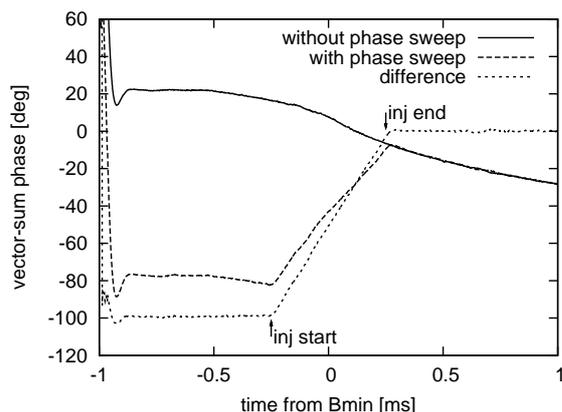


図 57 2 倍高調波位相スイープなし、位相スイープあり (100 度) の 2 倍高調波のベクトル合成位相の測定結果、およびスイープありなしの差。

表 2 Beam test parameters.

macro pulse width	500 $\mu$ s
chopping width	600 ns
linac peak current	15 mA
number of filled buckets	2
number of protons	$2.5 \times 10^{13}$ ppp
$dp/p$ of linac beam	$\pm 0.05$ %
RF freq. during injection	0.938–0.939 MHz
RF voltage during injection	78–111 kV
bucket height during injection	1.03–1.24 %
$f_s$ near injection	3370–4009 Hz
phase feedback	on

パンチ波形、電流値およびバンチングファクターの比較をそれぞれ図 58、図 59 に示した。縦方向ペインティングを行うことにより、ピーク電流の低い、フラットなバンチが得られていることがわかる。入射直後のバンチングファクターは、縦方向ペインティングなしの時に 0.26 程度だったものが、縦方向ペインティングにより 0.45 まで改善している。

図 60 に、縦方向ペインティングの有無によるビームサバイバルレートの差を示した。この時、横方向には、 $100\pi$  の correlated paint が行われている。300 kW 相当のビームでは、縦方向ペインティングなしでは入射直後で 7% のビームロスがあったものが、縦方向ペインティングにより 1% 程度のロスに抑えられている (この 1% のビーム

ロスは空間電荷効果ではない理由によるものと考えられている)。

100 kW および 200 kW 相当の粒子数でのビームを使ったより詳細なパラメータサーチの結果については、[28, 29] を見て欲しい。

このように、J-PARC の RCS の入射においては、大振幅の 2 倍高調波を中心とした縦方向ペインティングの効果が絶大である。このような大振幅の 2 倍高調波を発生させることは、限られた RCS の周長では、広帯域の MA 空胴によってのみ可能であることをここに改めて強調しておきたい。

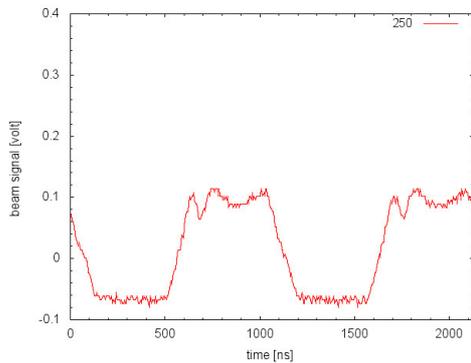
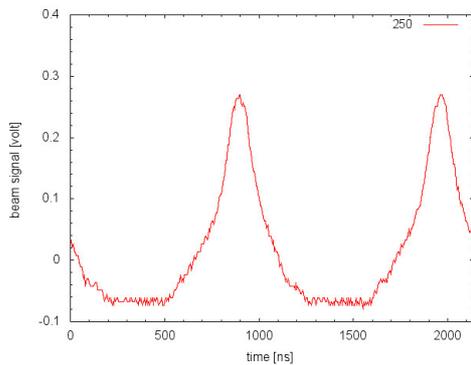
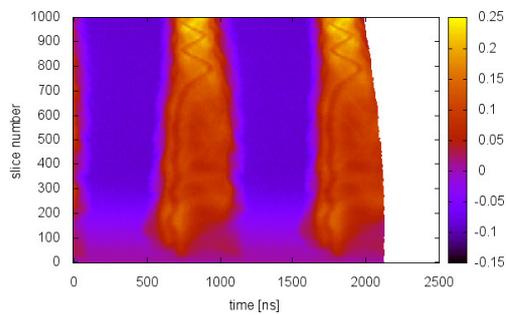
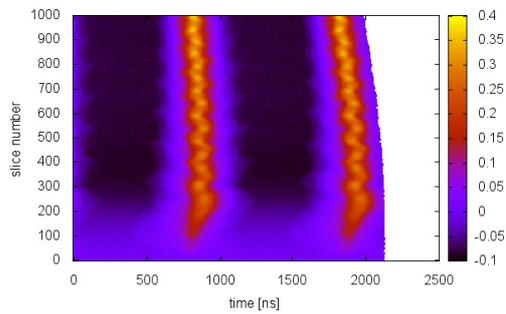


図 58 縦方向ペインティングなし (上)、あり (下) のマウンテンプロットおよび 250 ターンでのバンチ波形の比較。

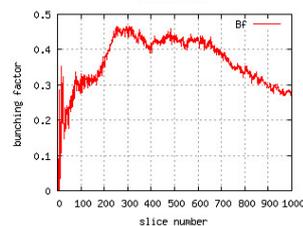
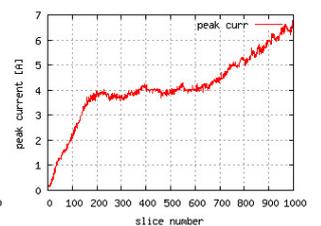
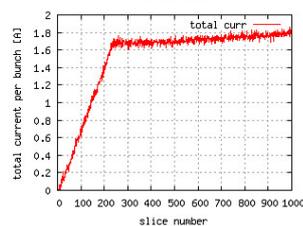
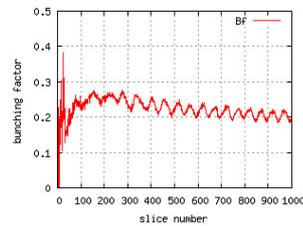
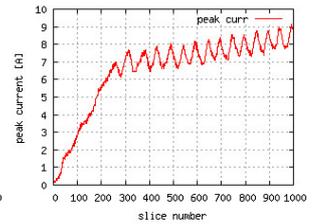
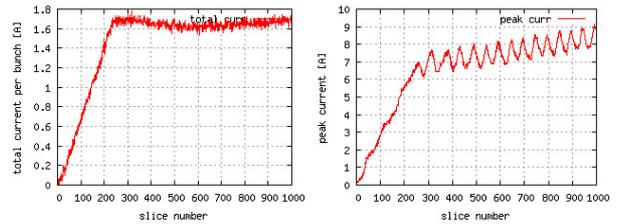


図 59 縦方向ペインティングなし (上)、あり (下) の 1000 ターンまでの平均バンチ電流、ピーク電流、バンチングファクターの比較。

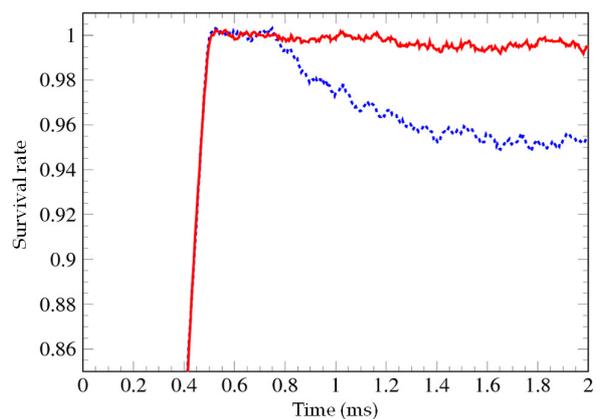


図 60 縦方向ペインティングの有無によるビームサバイバルの比較。点線は横方向ペインティング ( $100\pi$  correlated paint) のみ、実線は縦方向ペインティングあり (ただし、この測定では位相スイープは 80 度である)。

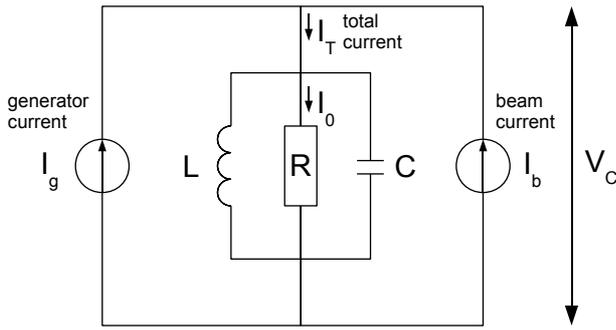


図 61 空胴の等価回路。

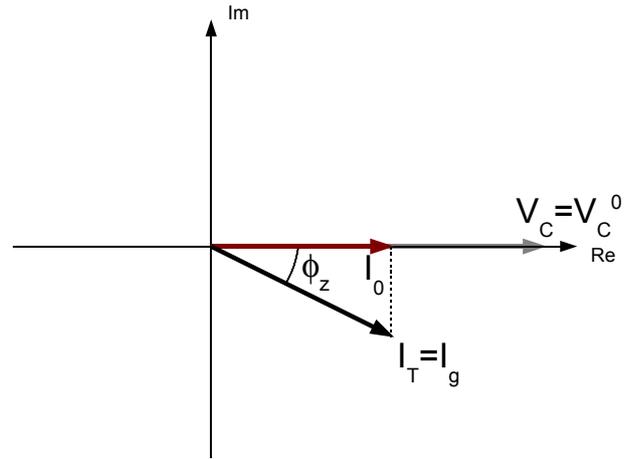


図 63 ビーム電流がない時の phasor diagram.

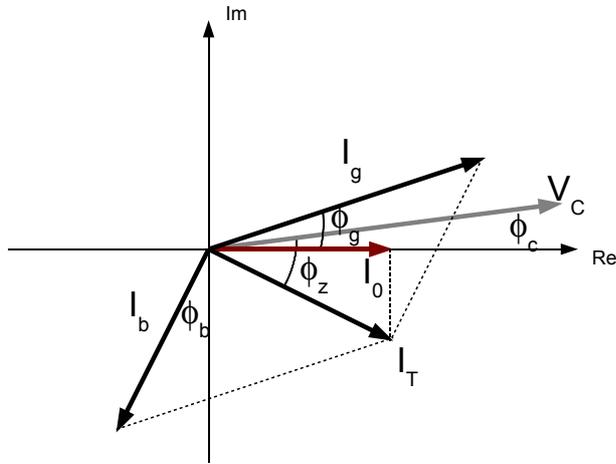


図 62 ビーム電流がある時の phasor diagram.

### 6.3 ビームローディング

ビーム電流が RF 空胴を通過すると、wake 電圧を誘起する。つまり、加速空胴は、アンプの真空管の発生する電流 (generator current) と、ビーム電流 (beam current) により駆動されている。大電流になると、ビームの作る wake 電圧が大きくなり、ビーム加速の安定性に影響を及ぼすようになる。アンプの真空管から見ると、空胴に加えて負荷が増えることとなることから、これをビームローディングと呼んでいる。ビームローディングの検討および対策は、J-PARC のような大強度の陽子シンクロトロンでは必須である。

空胴の等価回路を図 61 に示した。空胴に流れ込む全電流  $I_T$  (位相まで含むベクトル表示である) により電圧  $V_C$  が発生しており、generator

current を  $I_g$ 、ビーム電流を  $I_b$  とすると、

$$I_T = I_g + I_b \quad (6-13)$$

の関係がある。ビームローディングを解析するにあたり、位相関係を表わした phasor diagram を使う。共振からあまり遠くないとして、空胴インピーダンスを  $R \cos \phi_z e^{i\phi_z}$  (ただし、 $R$  は shunt resistance、 $\phi_z$  は RF 周波数における detuning angle) とする。空胴に発生する電圧を  $V_C = V_C^0 e^{i\phi_c}$  ( $\phi_c$  は空胴電圧の位相角)、Generator current を  $I_g = I_g e^{i\phi_g}$  ( $\phi_g$  は generator current の位相角) として表わす。また、パンチ重心の位相を  $\phi_b$  とすると、電流ベクトル  $I_b$  は

$$I_b = I_b e^{-i(\frac{\pi}{2} + \phi_b)} \quad (6-14)$$

と表わされる ( $\phi_b$  はビームの位相角)。以上のベクトル関係を表わした phasor diagram を、図 62 に示した。Steady state での電圧が実軸になるとすると、steady state では  $\phi_c = 0$  となり、この時、空胴 shunt resistance に流れ込む電流は、 $I_T$  の実軸への射影  $I_0$  となる。 $\phi_c = 0$  だから、 $\phi_z$  は  $I_T$  から実軸への位相角となる。

steady state では  $\phi_b = \phi_s$  であるから、Phasor

diagram から読み取れるように、

$$\begin{aligned} I_g &= \frac{I_0 + I_b \sin \phi_s}{\cos \phi_g} \\ &= \frac{I_0(1 + Y \sin \phi_s)}{\cos \phi_g}, \end{aligned} \quad (6-15)$$

$$\begin{aligned} \tan \phi_g &= -\frac{I_0 \tan \phi_z - I_b \cos \phi_s}{I_0 + I_b \sin \phi_s} \\ &= -\frac{\tan \phi_z - Y \cos \phi_s}{1 + Y \sin \phi_s} \end{aligned} \quad (6-16)$$

の関係がある。ここに、 $Y$  は relative loading factor と呼ばれるパラメータで、

$$Y = \frac{I_b}{I_0} \quad (6-17)$$

で定義される。

ビームがない時の phasor diagram を図 63 に示した。ビームがない時、空胴に流れ込む全電流は  $I_T = I_g$  であり、電圧を実軸上を取るならば、位相角  $\phi_z$  を持つことがわかる。図 63 の steady state の時と比較してみればすぐわかるように、同じ電圧  $V_c = V_0$  を出そうとした時に、ビームがある場合は、 $|I_g|$  はビームなしの時よりも大きくなければならない。

ここでは、Shane Koscielniak の解析方法 [30] に従い、バンチ重心の運動にビームローディングがどのような影響を及ぼすかについて見ていこう。

空胴の台数は  $n$  台とする。また、 $A = Ae^{i\phi_A}$  と  $B = Be^{i\phi_B}$  との scalar product は、

$$AB \cos(\phi_B - \phi_A) = \Re[AB^*] = \Re[A^*B] \quad (6-18)$$

で定義される。

今、Steady state での generator current ベクトル

$$I_g^0 = I_g e^{i\phi_g} \quad (6-19)$$

は固定されているとする。バンチに与えられるエネルギーの合計は、 $n$  台の空胴がそれぞれ  $V_c$  を

発生しているので、

$$\begin{aligned} \Delta E(\phi_b) &= n \cdot \Re[\mathbf{V}_c \mathbf{I}_b^*] T_{\text{rev}} \\ &= n \cdot \Re(R \cos \phi_z e^{i\phi_z} (I_g^0 + I_b)) T_{\text{rev}} \\ &= nR \cos \phi_z \times \\ &\quad (\cos \phi_z |I_b|^2 - I_g I_b \sin(\phi_z + \phi_g + \phi_b)) T_{\text{rev}} \end{aligned} \quad (6-20)$$

で与えられる。 $\phi_b = \phi_s$  と置いてやれば、同期位相でのエネルギー増分が得られる。ビーム不安定になる条件とは、シンクロトロン振動しない、つまり  $\phi_s$  でのエネルギー増分に対し、 $\phi_b$  でのエネルギーの増分の変化がない、つまり

$$\Delta E(\phi_b) - \Delta E(\phi_s) = 0 \quad (6-21)$$

ということである。 $\phi_s$  のまわりの微小振動として、微分に直してやると、

$$\frac{d}{d\phi_b} \Delta E(\phi_b) \Big|_{\phi_b=\phi_s} = 0 \quad (6-22)$$

を得る。(6-20) から、この条件は

$$\cos(\phi_z + \phi_g + \phi_s) = 0 \quad (6-23)$$

となり、従って

$$\phi_z + \phi_g + \phi_s = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots \quad (6-24)$$

であることがわかる。この意味は何だろうか。空胴の合成電圧は、真空管が作る電圧と wake 電圧の合成であることは、先に述べたとおりである。

$$V_c = V_g + V_b \quad (6-25)$$

であるが、ここで、電圧は電流に空胴のインピーダンスを掛けたものだから、

$$\begin{aligned} V_g &= R \cos \phi_z e^{i\phi_z} I_g e^{i\phi_g} \\ &= R \cos \phi_z I_g e^{i(\phi_z + \phi_g)} \end{aligned} \quad (6-26)$$

である。(6-24) で、 $\pi/2$  の時を考えれば、

$$\phi_z + \phi_g = \frac{\pi}{2} - \phi_s \quad (6-27)$$

である。つまり、不安定の条件では、 $V_g$  の位相が  $\frac{\pi}{2} - \phi_s$  になっていて、ビームは  $V_g$  の最大値

に乗っているということがわかるだろう。この時、縦方向の収束力が失われ、ビームは不安定となる (Robinson stability limit)。

なぜ、真空管が発生する電圧の位相「のみ」が安定性に関係するのだろうか。これは、「ビームが得る全体の加速電圧」は真空管が発生する電圧と wake の合成であるが、縦方向の収束を議論する時には、ある2つの異なるビーム位相  $\phi_{b1}$  と  $\phi_{b2}$  に対するエネルギー増分の差が問題となることが理由である。wake 電圧は  $\phi_{b1}$  と  $\phi_{b2}$  に対して平行移動してしまうため、エネルギー増分の差には  $V_g$  のみが関係するのである。

#### 6.4 ビームローディングの下でのバンチ重心の運動方程式

単粒子の運動方程式においては、空洞電圧に対する位相についての方程式を考えた。前節で述べたように、ビームローディング下でのバンチ重心の振動を考えるにあたっては、真空管の発生する電圧  $V_g$  に対しての位相について、方程式を考えよう。ここに、 $\phi_z$  および  $\phi_g$  が一定、つまり  $I_g$  および  $V_g$  を基準のベクトルとし、このベクトルに対する新しい変数を導入しよう。

$$\phi'_b = \phi_b + \phi_z + \phi_g, \quad (6-28)$$

$$\phi'_s = \phi_s + \phi_z + \phi_g. \quad (6-29)$$

ここに定義される  $\phi'_s$  は、単粒子の運動を考える時の  $\phi_s$  と同様に、 $\pi/2$  になると運動が不安定になる。

バンチが振動していない、steady state では、空洞電圧と電流の関係は、

$$V_c^0 = R \cos \phi_z e^{i\phi_z} (I_g^0 + I_b^0) \quad (6-30)$$

である。ここに添字「0」は steady state を表わすこととする。ここでも Pedersen の表記に従い、steady state では空洞電圧は実軸を向いているとすると、 $V_c^0 = V_c^0 (\phi_c = 0)$  となる。また、steady state では  $\phi_b = \phi_s$  であり、

$$I_b^0 = -i I_b e^{-i\phi_s} \quad (6-31)$$

なので、(6-30) の実数部、虚数部を比較して

$$\frac{V_c^0}{R \cos \phi_z} = I_g \cos(\phi_z + \phi_g) + I_b \sin(\phi_z - \phi_s) \quad (6-32)$$

$$0 = I_g \sin(\phi_z + \phi_g) - I_b \cos(\phi_z - \phi_s) \quad (6-33)$$

の関係を得る。 $I_0 = V_c^0/R$  (これは、ビームなしの時に共振点で  $V_c^0$  を発生するのに必要な電流、あるいは共振点からずれた時に電圧  $V_c^0$  を発生させた時の電流の実軸への射影である) を代入してやると、ビーム電流と  $I_0$  の比および  $I_g$  と  $I_0$  の比は、

$$\frac{I_b}{I_0} \cos \phi_z = \frac{\sin(\phi_z + \phi_g)}{\cos(\phi_s + \phi_g)} = \frac{\sin(\phi'_s - \phi_s)}{\cos(\phi_z - \phi'_s)} \quad (6-34)$$

$$\frac{I_g}{I_0} \cos \phi_z = \frac{\sin(\phi_z - \phi_s)}{\cos(\phi_s + \phi_g)} = \frac{\cos(\phi_z - \phi_s)}{\cos(\phi_z - \phi'_s)} \quad (6-35)$$

として得られる。(6-34) と (6-35) の両辺の比をとって、

$$\frac{I_b}{I_g} = \frac{\sin(\phi'_s - \phi_s)}{\cos(\phi_z - \phi_s)} \quad (6-36)$$

を得る。

ここで、ファクター  $U$  を (6-35) より

$$U \equiv \frac{I_g}{I_0} \cos \phi_z = \frac{\cos(\phi_z - \phi_s)}{\cos(\phi_z - \phi'_s)} \quad (6-37)$$

として定義する。 $U$  は、 $0 \leq \phi_z \leq \pi/2$  では常に正である。また、空洞が大きく detuning している時 (共振から遠い時) には  $U$  は非常に小さくなるのがわかる。

ビームの運動方程式を求めよう。空洞の台数を  $n$  とすると、synchronous particle からのエネルギー増分の差から、

$$\frac{d(T_{\text{revs}} \Delta E)}{dt} = n \cdot e R \cos \phi_z I_g (\sin \phi'_b - \sin \phi'_s) \quad (6-38)$$

であるが、ここに

$$I_g = \frac{U \cdot I_0}{\cos \phi_z} = \frac{U \cdot V_c^0}{R \cos \phi_z} \quad (6-39)$$

を代入してやると、結局、

$$\frac{d(T_{\text{revs}}\Delta E)}{dt} = n \cdot UeV_c^0(\sin\phi'_b - \sin\phi'_s) \quad (6-40)$$

を得る。位相については、(3-24)と同様に、

$$\frac{d\phi_b}{dt} = \frac{d\phi'_b}{dt} = h \cdot 2\pi \cdot \eta \frac{\Delta E}{\beta_s^2 E_s T_{\text{revs}}} \quad (6-41)$$

である。

(6-40) と (6-41) から、バンチの運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{E_s}{\eta} \frac{d\phi'_b}{dt} \right) = U \frac{2\pi h n e V_c^0}{T_{\text{revs}}^2 \beta_s^2} (\sin\phi'_b - \sin\phi'_s) \quad (6-42)$$

を得る。この運動方程式は、空胴の台数とファクター  $U = \frac{\cos(\phi_z - \phi_s)}{\cos(\phi_z - \phi'_s)}$  を除き、(3-27)と同じである。

小振幅の振動については  $\phi'_s = \pi/2$  が安定限界を与えることは既に示した通りだが、これを(6-34)に代入してやると、

$$\frac{I_b}{I_0} = \frac{2 \cos \phi_s}{\sin 2\phi_z} \quad (6-43)$$

となる。つまり、ビーム電流は relative loading factor  $Y$  が

$$Y \frac{\sin 2\phi_z}{2 \cos \phi_s} < 2 \quad (6-44)$$

となる範囲しか許されることがわかる。これが Robinson stability limit (high power limit) である [20, 21, 31]。

小振幅の振動について、各種のフィードバックループまで含めた解析は、Pedersen ダイアグラムを用いた手法が有効である [31]。過去の OHO の教科書 [21] にも解説してあるので、参照してほしい。

ビームローディングがある時に、RF バケツの形を描いてみよう。(6-40) および (6-41) からハミルトニアンを求めると単粒子の時と同様の形があるので、バンチ重心の運動の安定限界位相  $\phi'_{b1}$  は、

$$\phi'_{b1} = \pi - \phi'_s \quad (6-45)$$

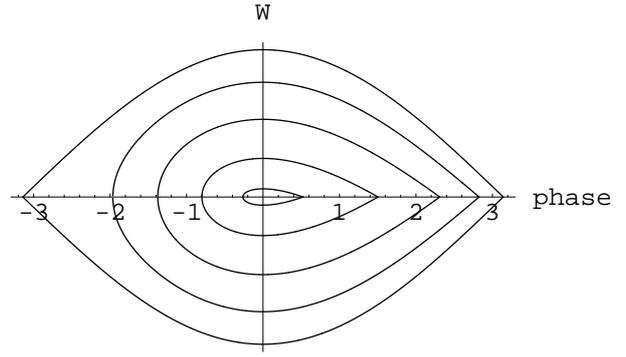


図 64  $\phi_z = \pi/3$ 、 $\phi_s = 0$  の時、 $Y = 0, \dots, 2$  (0.5 刻み) の場合の RF バケツ。横軸は  $\phi_b$ 。

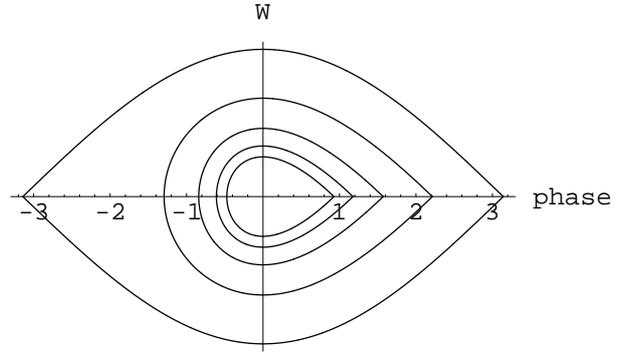


図 65  $\phi_z = 0$ 、 $\phi_s = 0$  の時、 $Y = 0, \dots, 2$  (0.5 刻み) の場合の RF バケツ。横軸は  $\phi_b$ 。

で与えられることがわかる。 $(\phi'_b, W) = (\phi'_{b1}, 0)$  を通る等高線が RF バケツを与える。ここで  $U$  の定義 (6-37) と (6-15) から、

$$U = \frac{1 + Y \sin \phi_s}{\cos \phi_g} \cos \phi_z \quad (6-46)$$

であり、また  $\phi_g$  は (6-16) で与えられるから、 $(\phi'_b, W)$  平面上のバケツを  $(\phi_b, W)$  平面に書き直してやることができる。

$\phi_z = \pi/3$ 、 $\phi_s = 0$  の時の RF バケツを、 $Y = 0, \dots, 2$  (0.5 刻み) の場合についてプロットしたものを、図 64 に示した。ビームローディングの下では、 $\phi'_s \neq 0$  であるから、 $Y = 0$  以外ではバケツは moving bucket のような形を取ることが理解できる。バケツの高さは、 $\phi'_s$  から計算される縮小率

$$\Gamma(\phi'_s) = \sqrt{2 \cos \phi'_s + 2\phi'_s \sin \phi'_s - \pi \sin \phi'_s} \quad (6-47)$$

だけでなく、ファクター  $\sqrt{U}$  により縮小/拡大される。 $U = 1$  になる特別な場合においては、その定義 (6-37) から、

$$\begin{aligned}\cos(\phi_z - \phi_s) &= \cos(\phi_z - \phi'_s) \\ &= \cos(\phi_z - (\phi_s + \phi_z + \phi_g)) \\ &= \cos(\phi_s + \phi_g)\end{aligned}\quad (6-48)$$

であり、解は、

$$\phi_z - \phi_s = \pm(\phi_s + \phi_g)\quad (6-49)$$

である。 $\phi_g = -\phi_z$  になるのは、phasor diagram を考えれば  $Y = 0$ 、つまりビーム電流がゼロの時である。もう一つの解、

$$\phi_g = \phi_z - 2\phi_s\quad (6-50)$$

を (6-46) に代入し、

$$1 = \frac{1 + Y \sin \phi_s}{\cos(\phi_z - 2\phi_s)} \cos \phi_z\quad (6-51)$$

よって

$$Y = \frac{2 \sin(\phi_z - \phi_s)}{\cos \phi_z}\quad (6-52)$$

の関係を得る。 $\phi_z$  および  $\phi_s$  が与えられた時、 $Y$  がこの値より大きい場合は、 $\Gamma(\phi'_s)$  で計算されるバケツ高さよりも拡大されるということである。

一般に、空胴の detuning が大きい時には、一定の  $Y$  まで  $\phi_{b1} - \phi_s = \pi - 2\phi'_s$  ( $\phi'_{b1}$  に非ず) が大きい、つまりバケツの長さの観点からは得であるが、バケツの高さの減少の効果が大きくなる。図 65 は detuning angle が 0 の時の RF バケツを、図 64 同様の  $Y$  についてプロットしたものを示した。J-PARC では無同調の MA 空胴を用いているため、加速の初期には detuning angle が比較的大きい (RCS では、約  $\pi/3$  程度) ために、注意が必要となる。

### 6.5 高調波のビームローディング

RCS では特に、 $Q = 2$  という広帯域空胴なので、wake 電圧の高調波成分によるバケツひずみが問題となる。実際に 300 kW 相当のビームを加速

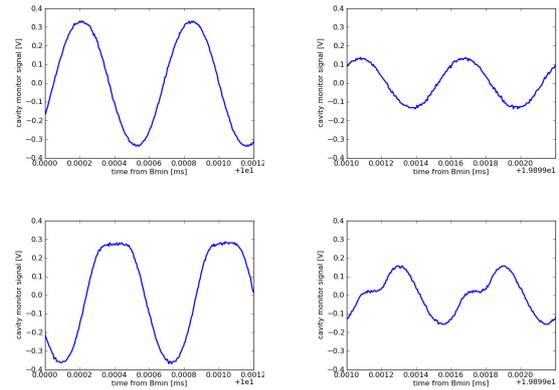


図 66 ビームなし (上) と 300 kW ビーム加速 (下) での空胴電圧波形、加速中盤 (左) と取り出し直前 (右)。

した時の空胴電圧波形を、ビームなしの時と比較したのが図 66 である。加速中盤および取り出し付近の両方で電圧波形がビームより大きく歪められているのがわかる。これによりバケツが変形してしまう。

現在のところ、300 kW 相当のビームでは、バケツひずみ由来と思われるビームロスは特に観測されていない。一方、シミュレーションによれば、1 MW ビームの加速には、最低限 2 倍高調波 ( $h = 4$ ) までのビームローディング補償が必要であることがわかっている [32]。

バケツの変形による詳細なビームの挙動を知るためには、[32] のような縦方向のトラッキングシミュレーションが必要である。

### 6.6 ビームローディング補償

#### ビームローディングの対策

ビームローディングを緩和する方法としては

- 空胴のインピーダンスを下げる。加速ギャップに並列に抵抗を配置する方法などにより、 $I_0$  を大きくしようとする方法であり、ISISなどで試みられている。有効ではあるが、その分アンプへの負荷が大きくなるほか、ビーム操作の都合で加速電圧を下げる必要がある場合は、 $I_0$  も低くなってしまいうために、relative loading factor  $Y$  の抑制には限界がある。

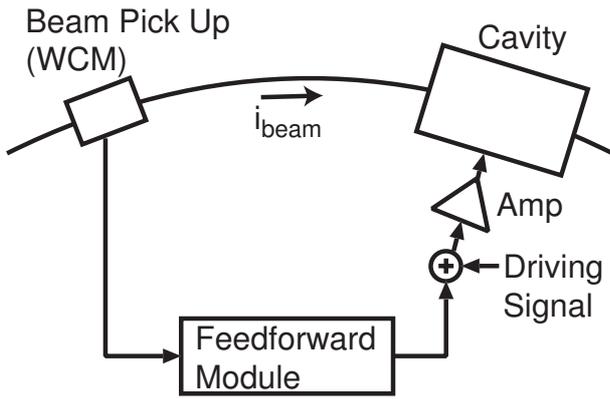


図 67 RF フィードフォワードの概念図。

- フィードバック法。空胴電圧にゲインをかけたものをパワーアンプに戻す方法である。ブルックヘブン研究所の AGS などで使用されている [33]。ディレイが大きくなるとゲインの最大値が決まる [20]。
- RF フィードフォワード法 [20, 21]

などが挙げられる。J-PARC ではビームローディング補償に RF フィードフォワードを採用しており、RCS では実際にビームを使ったフィードフォワードの調整が開始されている。以下にその概要と、ビームローディング補償の試験結果について述べる。

#### RF フィードフォワード

ここでは、RF フィードフォワードの概要について述べよう。図 67 に RF フィードフォワード法の概念を示した。RF フィードフォワード法では、カレントモニター (WCM) からの信号を driving RF signal に加えて空胴を駆動する。振幅と位相を調整することにより、真空管が元の電流に加え、 $-i_b$  なる電流を発生させるようにすれば、wake 電圧はキャンセルされる。

フィードフォワードがある時の電流の関係を phasor diagram で表示したものを図 68 に示す。真空管の発生する電流  $I_g(\text{total})$  を、空胴電圧を発生させるドライブ成分  $I_g(\text{drive})$  とフィードフォ

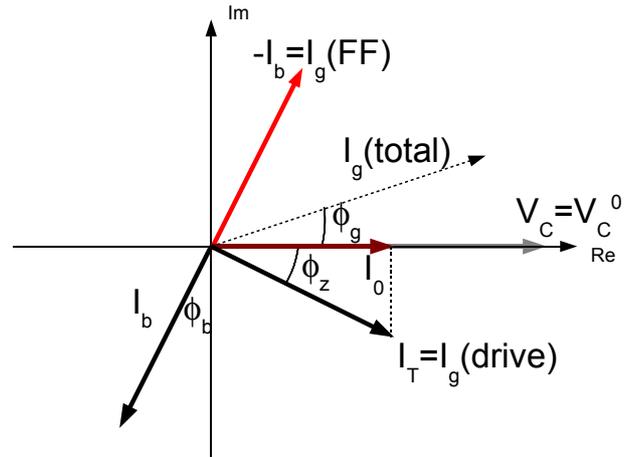


図 68 フィードフォワードがある時の電流の関係。

ワード成分  $I_g(\text{FF})$  に分けるならば、

$$I_g(\text{total}) = I_g(\text{drive}) + I_g(\text{FF}) \quad (6-53)$$

であり、この全電流はフィードフォワードがない時の  $I_g$  と同じである。一方、フィードフォワードによりビーム電流がキャンセルされていることから、

$$I_g(\text{drive}) = I_T = I_g(\text{no beam}) \quad (6-54)$$

となり、ドライブ成分  $I_g(\text{drive})$  はビームなしの時と同じになる。前節の議論で、空胴電圧のドライブ成分  $I_g(\text{drive})$  とビームの位相角が安定限界を与えることが示されたが、フィードフォワードにより安定限界が広がっていることがわかるだろう。別の言い方をすれば、ビーム電流がキャンセルされることで、relative loading factor  $Y$  は小さく (完璧な場合は、0 に) なり、ビームは安定になる。

RF フィードフォワードの実際のシステムは、どのようなになっているだろうか。

先に述べたように、RCS では空胴に誘起される wake 電圧は高調波成分を含むので、マルチハーモニックなフィードフォワードのシステムが必要となる。RCS のシステムは、3 倍高調波まで ( $h = 2, 4, 6$ ) に対応したフィードフォワードのシステムである。図 69 に、システムの機能の概要を

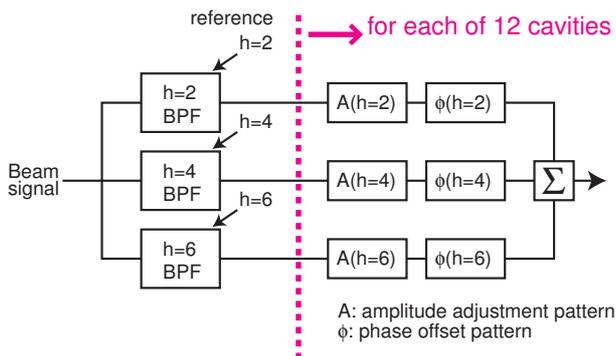


図 69 フィードフォワードモジュールの機能図。  
本質的に  $h = 2, 4, 6$  に対応するバンドパスフィルタである。

示す。WCM からの信号から、( $h = 2, 4, 6$ ) のそれぞれの成分を抽出し、各ハーモニックについて振幅ゲイン (パターン) および位相 (パターン) を与えた後に、( $h = 2, 4, 6$ ) 成分を合成して出力する。出力は LLRF で生成される driving RF signal と summation amplifier で合成され空胴を駆動する。それぞれの空胴システムについて、最適な振幅および位相パターンは異なるので、空胴システム毎に、振幅および位相のパターンを与えることができるように、図 69 の右半分の部分は空胴の台数分 (12 台分) のモジュールとなっている。

システムは本質的に、ゲインと位相を自由に設定できる BPF (バンドパスフィルタ) であるが、そのような機能は、ハーモニックの検波と RF 信号の再構成により構築できることは、第 4 節で述べたとおりである。実機のフィードフォワードのシステムは、他の LLRF モジュール同様、WCM 信号を A/D 変換してからフィードフォワード信号を D/A 変換して出力するまで、全てデジタル回路で実装されている。

フィードフォワードの調整は、各ハーモニックのゲインおよび位相パターンの調整、最適化に他ならない。RCS では、入射から取り出しまでの 20 ms の間に、加速周波数や RF 電圧が高速に変化し、最適なゲインや位相パターンは自明ではない。また、フィードフォワードはその原理から、調

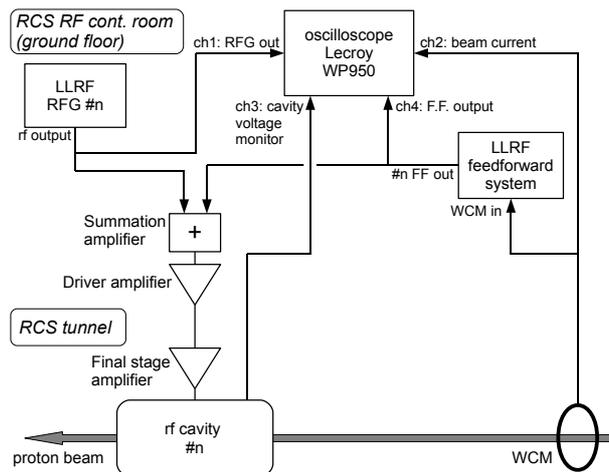


図 70 RF フィードフォワード調整試験のセットアップ。

整にビームが必要である。RCS において、ゲインおよび位相の調整が如何にして行われるかについては次に述べよう。

#### 6.7 RCS での RF フィードフォワードの調整

RCS では、RF フィードフォワードを用いたビームローディング補償の調整が開始されている。ここでは、実際にゲインおよび位相のパターンの調整の実際を紹介する。図 70 に、RF フィードフォワードの調整試験のセットアップを示した。RF フィードフォワードの調整は、空胴 1 台ごとに行われる。前節で述べたように、WCM のビーム信号は、フィードフォワードのシステムに入力、処理され、基本波から 3 倍高調波まで ( $h = 2, 4, 6$ ) のフィードフォワード信号が生成される。これら信号はモジュール内でデジタル的に加算され、フィードフォワードのモジュールからのアナログ出力は既に ( $h = 2, 4, 6$ ) の信号の重畳になっている。フィードフォワード信号は、summation amplifier により、RFG モジュールからの driving RF signal と加算され、増幅された後に空胴を駆動する。

ロングメモリーのオシロスコープにより、

- driving RF (ch1)
- WCM 信号 (ch2)

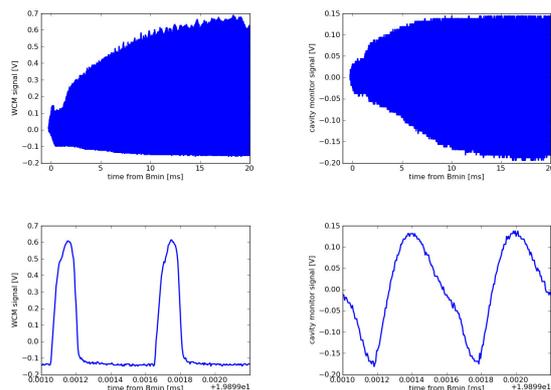


図 71 空胴 10 号機をドライブせず、ビームを通した時の WCM (左) と空胴電圧モニター (右) の信号。上段は加速から取り出しまでの全体、下段は取り出しの直前。

- 空胴ギャップ電圧モニター (ch3)
- フィードフォワード出力 (ch4)

の信号が、200 MS/s で加速開始から取り出しまで記録される。データ点数は各チャンネル毎 4.15 M 点におよぶ。これらの信号は、PC 上で第 4 節に述べた検波方法により、( $h = 2, 4, 6$ ) についてのハーモニクス解析が行われる。

ビーム試験は、300 kW 相当のビームを用い、また先に述べた縦方向ペインティングにより安定な加速が得られるようにして行われた。

まず、加速電圧を発生させていない (ドライブされていない) 空胴の wake 電圧はどのようなものだろうか。空胴 4 号機をドライブせず、他の空胴の電圧を 1 割増しにして、合成の加速電圧が通常と同じになるようにしてビームを加速し、wake 電圧を測定した例を、図 71 に示した。左は WCM 信号、右は空胴電圧モニター、また上段には加速開始から取り出しまでの波形、下段には取り出し直前の拡大を示した。空胴はドライブされていないので、空胴電圧は wake 電圧そのものである。これをハーモニクス解析したものを、図 71 に示した。上は WCM のハーモニクス成分の振幅、下は空胴電圧モニターのハーモニクス成分の振幅である。

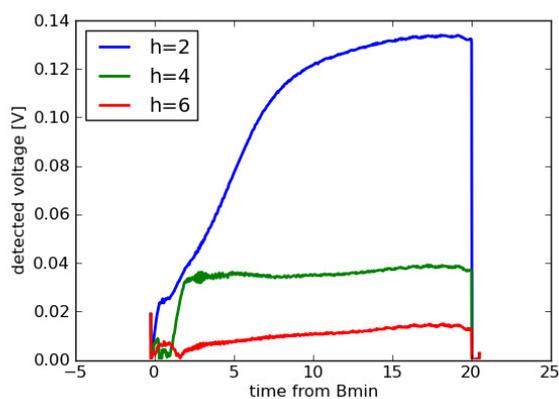
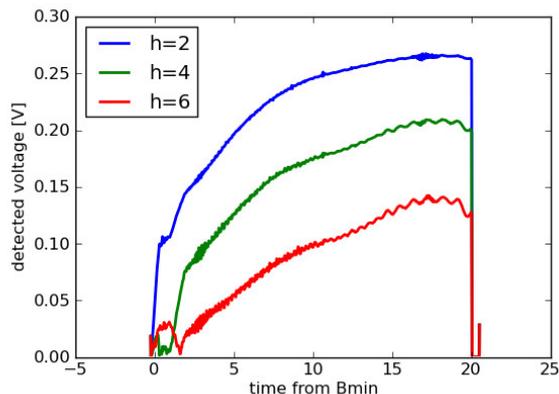


図 72 空胴 10 号機をドライブせず、ビームを通した時の WCM (上) と空胴電圧モニター (下) の信号のハーモニクス成分。

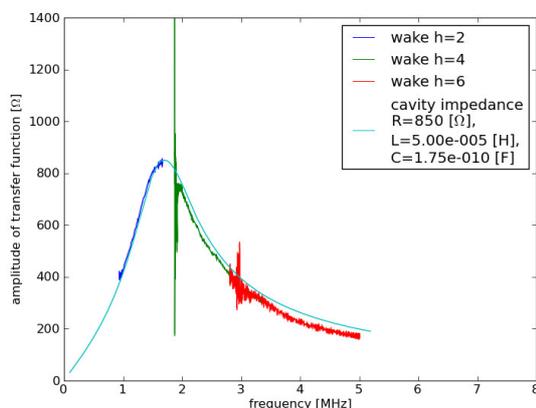


図 73 空胴 10 号機をドライブしない時の信号をインピーダンスに焼き直したものの。

加速により周回周波数が高くなっていく効果で、加速後半に向け全体のビーム電流は増加していく。各ハーモニックの割合は、バンチの形に対応している。2 倍高調波成分は、縦方向ペインティングの効果でフラットなバンチ波形である入射直後では非常に少ないが、RF 2 倍高調波がオフになる 2 ms 以降増加している。WCM の換算係数は、

$$(\text{ビーム電流 [A]}) = (\text{WCM 電圧 [V]})/0.05 \quad (6-55)$$

であるので、取り出し付近では周回ビーム電流の基本波成分は、5 A 以上に達していることがわかる。

一方、空胴の wake 電圧は

$$V(\omega) = Z(\omega) \cdot I(\omega) \quad (6-56)$$

であるが、空胴の共振周波数は約 1.7 MHz であるから、加速が進み周波数上がるにつれ、基本波成分は共振点に近づき、高調波成分は共振から離れていくため、ビーム電流の増加に対して、wake 電圧の基本波成分はより強い増加をみせ、高調波成分の増加は抑制されていることがわかる。電圧モニターの換算係数

$$\begin{aligned} (\text{ギャップ電圧 [V]}) \\ = (\text{モニター電圧 [V]}) \times 3.35 \cdot 10^4 \end{aligned} \quad (6-57)$$

を用いると、取り出し直前の wake 電圧の基本波成分はギャップあたり 4 kV 以上に達していることがわかる。

ビーム電流と空胴電圧の各ハーモニック成分(複素数)の比を取ることで、(加速ギャップ毎の)ビームの見るインピーダンスを計算できる。加速サイクル中の周波数パターンは既知であるから、ビームの見るインピーダンスの時間変化を周波数軸で書き換えたものを、図 73 に示した。図中には、空胴のシャントインピーダンスを 850 Ω、インダクタンスを 50 μH、キャパシタンスを 175 pF として計算したインピーダンスを書き加えた。実測と計算は、よく一致していることがわかる。

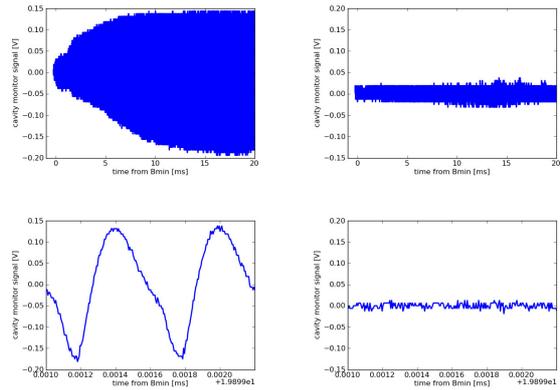


図 74 空胴 10 号機の電圧モニターの比較。左はフィードフォワードなし、右はフィードフォワード ON の信号。上段は加速から取り出しまでの全体、下段は取り出しの直前。フィードフォワード ON では、wake はキャンセルされ、空胴電圧はノイズ以外ほとんど表われないことがわかる。

この wake 電圧を RF フィードフォワードによりキャンセルしてみよう。フィードフォワードの位相パターンは、ケーブル長およびフィードフォワードのシステムのディレイに対応することがまず必要である。ディレイを  $T_d$ 、対象とするハーモニックの周波数変化が  $\Delta f$  とするならば、位相を

$$\Delta f \cdot T_d \times 360 \quad [\text{deg}] \quad (6-58)$$

だけ進めるパターンを作らなければならない。これを位相の初期パターンとして与える。フィードフォワードを ON にして、ビームの見るインピーダンスを測定しながら、ゲインおよび位相のパターン調整を行った結果を、図 74 に示した。空胴電圧モニターには wake に由来する信号がほとんど残っていないことがわかる。この時の、空胴電圧のハーモニック成分を図 75 に、またフィードフォワード OFF と ON の時のビームの見るインピーダンスの比較を、図 76 に示した。フィードフォワードにより、ビームの見るインピーダンスは全てのハーモニクスにおいて低下していることがわかる。基本波成分では、全域にわたり 1/10 以下 (20 dB 以上の抑制) が得られている。

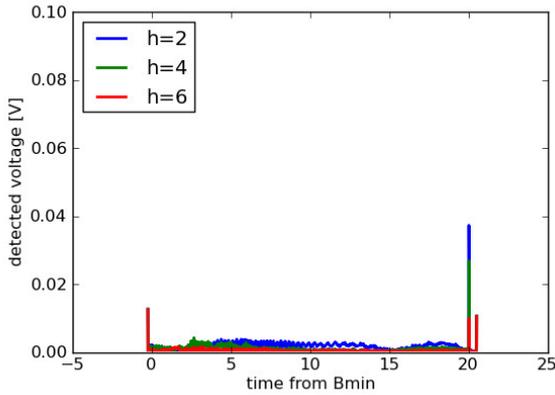


図 75 空胴 10 号機をドライブせず、フィードフォワード ON の時の空胴電圧モニター信号のハーモニック成分。

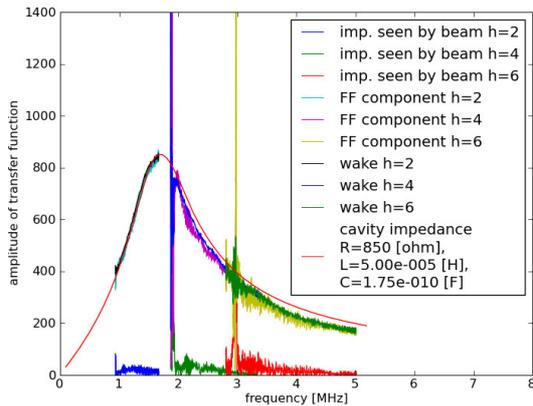


図 76 フィードフォワード OFF と ON でのビームの見るインピーダンスの比較。

空胴をドライブしないで調整したフィードフォワードのゲイン、位相パターンは、そのままでは加速 RF を出している時（空胴をドライブしている時）のパターンとしては使うことができない。それは以下の理由による。加速 RF を出しながらだと、ビームの見るインピーダンスがまず異なる。それは、真空管に流れている電流が大きく異なるので、空胴に並列に入る真空管のインピーダンス（抵抗として見える）が異なるためである。MA 空胴自体のインピーダンスは振幅によらず同じと考えられる。また、ハイパワー RF 増幅系の振幅依

存性も重要である。例えば、真空管が発生する波形ひずみには当然のことながら振幅依存性がある。終段増幅器内に配置される、フェライトを用いた RF スプリッターは、位相についての振幅依存性を示す。

よって、空胴をドライブしながら wake をキャンセルしようとする場合、パターンの再調整が必要である。

ドライブしながらであると、空胴電圧は、ドライブされる電圧と wake の合成になり、空胴電圧モニターから直接 wake 電圧を読み取ることができない。どのように空胴電圧信号から、wake の寄与とドライブ電圧を分離できるだろうか。

まず、ビームを加速せずに、LLRF driving RF 信号と、空胴電圧を測定する。ハーモニクス解析を行い、driving RF 信号と空胴電圧の複素振幅を  $V_{dr}(h, t)$  および  $V_{cav}(h, t)$ （ただし  $h = 2, 4, 6$ ）とすると、driving RF から空胴電圧への伝達関数  $H_{dr}^{cav}(h, t)$  を

$$H_{dr}^{cav}(h, t) = \frac{V_{cav}(h, t)}{V_{dr}(h, t)} \quad (6-59)$$

と計算できる。

先に述べたように、ビームの見るインピーダンスは、真空管の電流に依存する。よって、実際の電圧パターンを走らせてフィードフォワード OFF の時の wake 電圧を測定するのがよい。測定の変動の要因を排除するために、対象とする空胴の AVC（第 4 節参照）を OFF にして、ビームを加速する。この測定で、各ハーモニクスの複素振幅について、空胴電圧のドライブ成分と wake 成分をそれぞれ  $V_{cav,dr}(h, t)$ 、 $V_{cav,wake}(h, t)$  とすると

$$\begin{aligned} V_{cav}(h, t) &= V_{cav,dr}(h, t) + V_{cav,wake}(h, t) \\ &= H_{dr}^{cav}(h, t) \cdot V_{dr}(h, t) + Z_{cav}(h, t) \cdot I_{beam}(h, t) \end{aligned} \quad (6-60)$$

という関係になる。ここに  $Z_{cav}(h, t)$ （加速サイクル中である時刻での周波数が決まっているので時間の関数になっている）は空胴のインピーダンス、

$I_{\text{beam}}(h, t)$  はビーム電流のハーモニクスの複素振幅である。

以上の測定を合わせると、実際の加速電圧に対応する真空管の電流のもとでの空胴インピーダンスが求まる。

さて、フィードフォワードを ON にした時に、 $V_{\text{cav,FF}}(h, t)$  なる電圧が発生するとすると、ビームを加速した時の電圧、電流の各ハーモニック成分の関係は

$$\begin{aligned} V_{\text{cav}}(h, t) = & V_{\text{cav,dr}}(h, t) + V_{\text{cav,wake}}(h, t) + V_{\text{cav,FF}}(h, t) \\ = & H_{\text{dr}}^{\text{cav}}(h, t) \cdot V_{\text{dr}}(h, t) + Z_{\text{cav}}(h, t) \cdot I_{\text{beam}}(h, t) \\ & + Z_{\text{FF}}(h, t) \cdot I_{\text{beam}}(h, t) \end{aligned} \quad (6-61)$$

であるから (ここに、 $Z_{\text{FF}}(h, t)$  はビーム電流から空胴のフィードフォワード分の電圧への伝達関数 / インピーダンスである)、複素インピーダンスが、

$$Z_{\text{FF}}(h, t) = -Z_{\text{cav}}(h, t) \quad (6-62)$$

となるように調整を行えばよい。当然、実際にビームが見るインピーダンスはフィードフォワードによるキャンセルされた残りであり、

$$Z_{\text{cav}}(h, t) - Z_{\text{FF}}(h, t) \quad (6-63)$$

である。

実際に調整を行った結果を示そう。調整は全 11 台の空胴について、パターン調整と測定の iteration を行った。全てのシステムでフィードフォワードを ON にすると、ビーム電流の成分が変化するため、ビームローディング補償が完全でなくなったため、11 台のパターンの再調整が必要であった。

空胴 1 号機の電圧モニターのハーモニック成分の振幅を、フィードフォワード OFF および ON の場合について、図 77 に示した。基本波成分については、AVC が強力に働いているために、FF OFF の場合でも所望の電圧パターンが得られている (ただし、位相がずれる)。2 倍高調波については、電圧を発生させている  $B_{\text{min}}$  から 2 ms まで

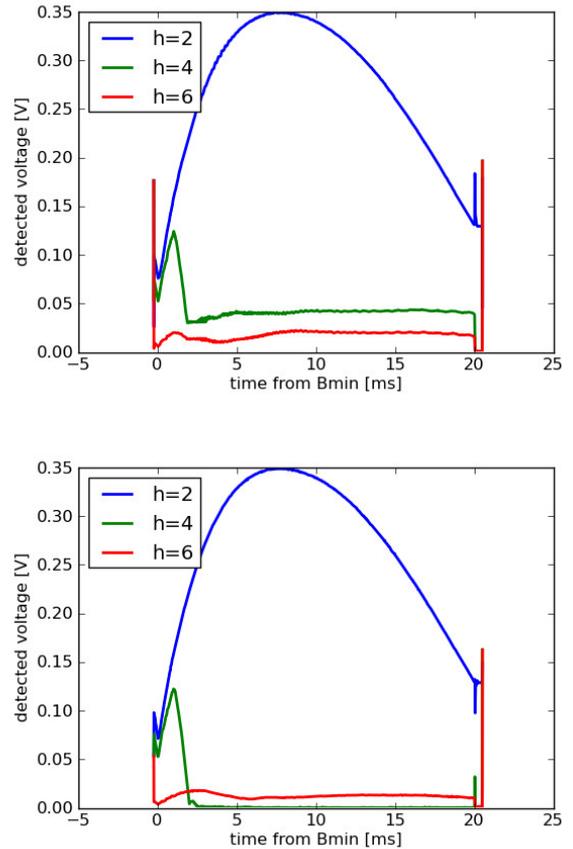


図 77 空胴 1 号機の電圧モニターのハーモニック成分。AVC を ON にして、加速 RF を出力している。上はフィードフォワード OFF の場合、下はフィードフォワード ON の場合。

は電圧制御によりフィードフォワード OFF でも電圧は保たれているが、それ以降では大きな wake 電圧が発生していることがわかる。フィードフォワードにより、この wake 成分がキャンセルされ、2 ms 以降ほとんど電圧がゼロになっていることがわかるだろう。3 倍高調波については、パターン調整の方法を模索している段階のため、一定のゲインのままでフィードフォワードをかけているために、一定の wake 電圧の抑制は得られているものの、効果は限定的である。

フィードフォワード ON の時、ビームの見るインピーダンスを測定から計算したものを図 78 に示した。上は時間変化、下は周波数軸に焼き直したものである。基本波および 2 倍高調波について、

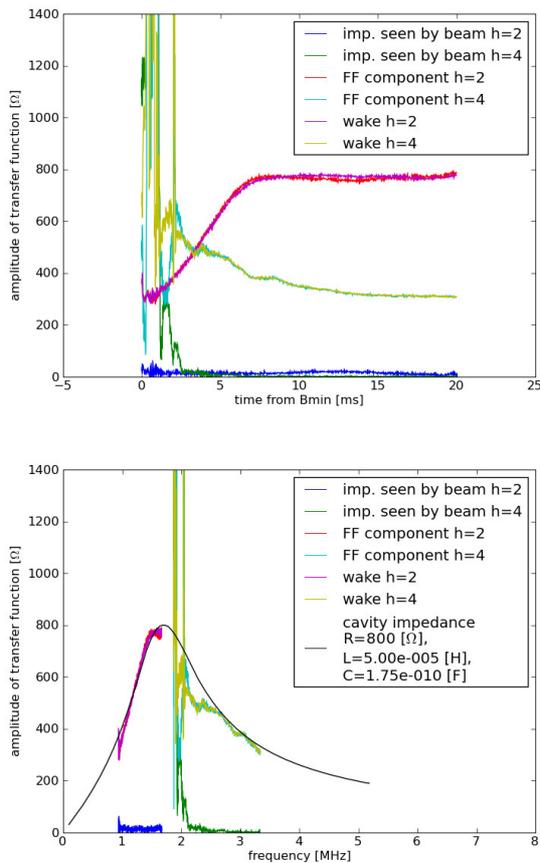


図 78 空胴 1 号機のビームの見るインピーダンス。上は時間変化、下は周波数軸に焼き直したものの。

加速の全域にわたりビームの見るインピーダンスが低下していることがわかる。特に基本波成分については、取り出し付近で数十分の一に抑制できている。

電圧波形を比較してみよう。ビームがない時、フィードフォワード OFF および ON で 300 kW 相当のビームを加速した時の 1 号機の空胴電圧モニター信号を図 79 に示した。フィードフォワード OFF では、加速中盤および取り出し直前で高調波による大きな波形ひずみが発生しているが、フィードフォワード ON では wake がキャンセルされ、ひずみが減少していることがわかるだろう。また、フィードフォワード OFF では空胴位相がずれているが、ON の時にはビームなし

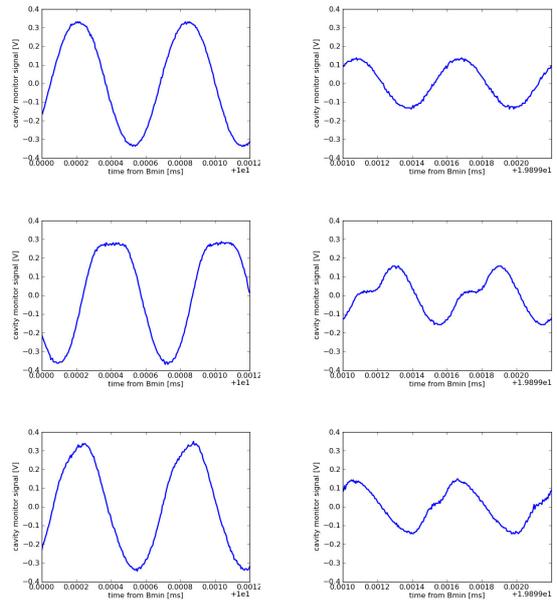


図 79 加速中盤の時刻 (左) および 取り出し直前の時刻 (右) での、1 号機空胴電圧モニター信号。上段はビームなし、中段はフィードフォワード OFF での 300 kW ビーム加速の時、下段はフィードフォワード ON の時。

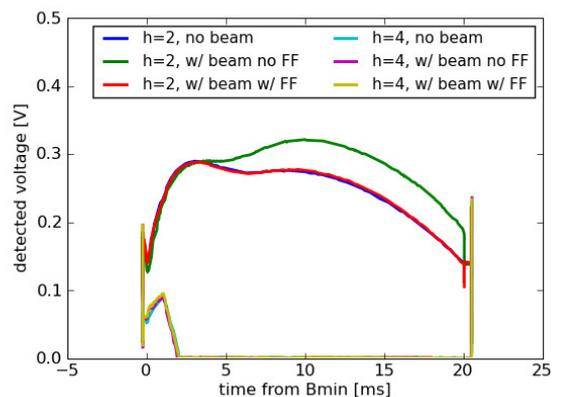


図 80 フィードフォワード OFF と ON の時の driving RF 電圧の振幅の比較。フィードフォワード ON ではビームがないときに非常に近い。

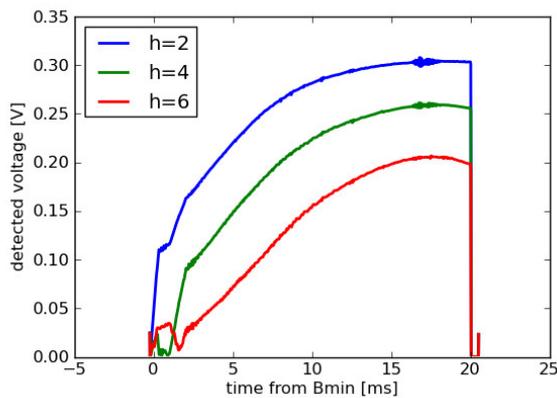
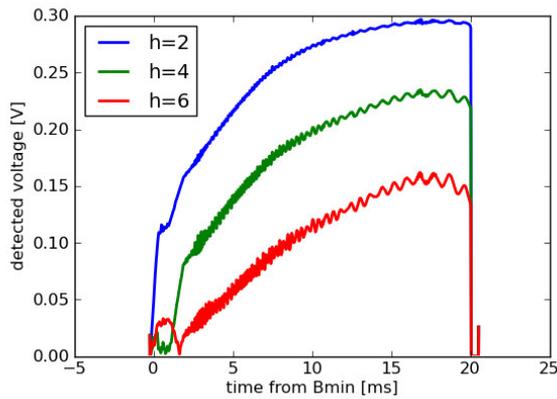


図 81 フィードフォワード OFF (上) と ON (下) の時の、ビームのハーモニック成分。

の空洞位相に近づいていることも明らかである。

先に述べたように、フィードフォワードによるビームローディング補償が効いている時には、真空管の発生するドライブ分の電流  $I_g(\text{drive})$  はビームを加速しない時に近づく。このとき、LLRF の driving RF 電圧も、ビーム加速しない時に近づく。これを示すのが図 80 である。フィードフォワードが OFF の時には、AVC の働きにより、ビームローディングの分だけ出力が増える (これは phasor から明らかである)。フィードフォワード ON の時には、driving RF 振幅がビームなしの時に非常に近いことがわかる。これはフィードフォワードが正しく動作し、AVC の見る負荷が軽く (ビームなしの時とほぼ同じ) になっていることを示している。

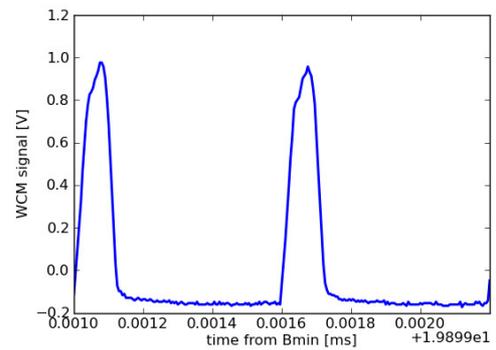
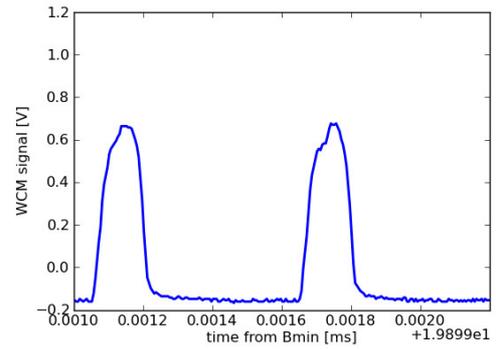


図 82 フィードフォワード OFF (上) と ON (下) の時の、取り出し直前のパンチ波形。

最後に、ビームローディングが補償されていると、ビームがどのようになるかを見てみよう。フィードフォワードが OFF と ON の時のビームのハーモニック成分を図 81 に示した。フィードフォワードが OFF の時には、加速の前半 2 ms 以降から高調波成分に振動が見られる。これはパンチの形が変化しながら、つまり四極振動をしながら加速されているということである。第 3 節にも示したように、四極振動は、エミッタンスの増大を招く。一方、フィードフォワードを ON にした場合は、ハーモニック成分に振動がほとんど見られず、パンチの変形が抑制されて加速が行われていることがわかるだろう。取り出し直前のパンチ波形を図 82 に示した。フィードフォワード ON の時には uncontrolled なエミッタンスの増大が抑制されているため、パンチが細くなっていることがわかる。

RF フィードフォワードは、その調整にはビームが必要であり、また時間がかかることが弱点であるとされる。また RF システムその他加速器機器のドリフト等により条件が変わった場合に再調整が必要である点もそうである。J-PARC においては、全てデジタル制御された LLRF 制御システムや、同調回路の必要のない MA 空洞、高安定な磁場等々、加速器機器の動作の再現性が高いので、RF フィードフォワードによるビームローディング補償がうまく働く環境がある、と言えるだろう。

## 7 まとめに代えて

J-PARC のシンクロトロン RF の調整について述べた。なるべく具体的なデータを示すことにより、RF 調整の実際が感じられるよう心掛けたつもりである。大型加速器では世界で初めてとなる MA 空洞の全面的な採用により、またフルデジタルの LLRF 制御システムの採用により、RF の調整は自由度が高く、また、なによりとても面白い。加速器全体にわたる機器、そして、タイミングが再現性の高いものになっていることが J-PARC のビーム調整全体の幅を広げていることも、ここに強調しておきたい。

ここに挙げたトピック以外にも、まだまだ (手のついていない) いろいろな RF 調整、あるいは開発項目がある。例を挙げる。

- MR の 2 倍高調波の調整。MR においては、 $Q$  が高いため、2 倍高調波空洞は別の空洞である (2010 年秋から調整を開始予定)。MR における 2 倍高調波は、RCS からのビームにバケツをマッチさせるために必要である
- MR のビームローディング補償。基本波のビームローディングのほか、周期的、過渡的ビームローディング (periodic transient beam loading) への対策が必要である。やはり RF フィードフォワードを用いて実現される
- RCS および MR における、controlled emittance blow-up。目標とするビーム強度における MR の加速後半におけるビームの不安定性の回避のためには、 $10 \text{ eV}\cdot\text{s}$  といった大きなエミッタンスが要求されている。このような大きなエミッタンスは MR に入射されてからの RF 操作だけではならず、RCS での加速途中からエミッタンスの制御をしなければならない。位相変調等のテクニックが必要となる
- さらなる高加速勾配が可能な、MA 空洞の開発。MR においては、繰り返し周期を 1 秒程

度まで短かくすることによりニュートリノ施設への供給ビームパワーを上げようとする計画がある。加速時間の短縮のためには、現状のスペースでもっと加速電圧を上げる必要があり、MA 空洞の高勾配化が必要である

目標とするビームパワーの達成には、これらを実現しなければならず、J-PARC のシンクロトロンにおける RF の調整そしてビームコミッショニングは、まだまだ途上にあると言えよう。

今回の講義にあたり、絵面栄二氏、吉井正人氏、大森千広氏、山本昌亘氏、野村昌弘氏には貴重な助言を頂きました。ここに感謝します。また、このような講義の機会を与えてくださった、OHO'10 校長の古屋貴章氏、J-PARC センターの安東愛之輔氏、山崎良成氏、小関忠氏、金正倫計氏に感謝します。

## 参考文献

- [1] 小関：“J-PARC 加速器の概要”，OHO '10 (2010).
- [2] “JHF accelerator design study report”，KEK-Report 97-16 (1997).
- [3] “Accelerator technical design report for J-PARC”，JAERI-TECH 2003-044 (2003).
- [4] H. Hotchi, et al.: “Beam commissioning of the 3-GeV rapid cycling synchrotron of the Japan Proton Accelerator Research Complex”，*Phys. Rev. ST Accel. Beams*, **12**, 4, p. 040402 (2009).
- [5] 外山：“ビームインストルメント”，OHO '09 (2009).
- [6] 林：“ビーム位置モニター”，OHO '10 (2010).
- [7] A. Chao and M. Tigner Eds.: “Handbook of Accelerator Physics and Engineering”，World Scientific (1998).
- [8] 吉井：“高周波加速空洞”，OHO '96 (1996).
- [9] 上杉：“RF 加速システム (I)”，OHO '01 (2001).
- [10] 吉井：“高周波加速 1”，OHO '09 (2009).
- [11] C. Ohmori, et al.: “Developments of Magnetic Alloy Cores with Higher Impedance for J-PARC Upgrade”，*Proceedings of the first International Particle Accelerator Conference (IPAC 10)*, pp. 3711–3713 (2010).
- [12] 高田：“シンクロトロンと蓄積リングの基礎”，OHO '09 (2009).
- [13] 絵面：“高周波加速入門”，OHO '03 (2003).
- [14] 木村 (編): “実験物理学シリーズ 7、高エネルギー加速器”，共立出版 (2008).
- [15] 吉本他：“J-PARC RCS/MR におけるトモグラフィを用いた縦方向位相空間 2 次元ビームプロファイルの再構成”，第 6 回日本加速器学会年会プロシーディングス, pp. 737–740 (2009).
- [16] F. Tamura, et al.: “Low Level RF Control System of J-PARC Synchrotrons”，*Proceedings of the Particle Accelerator Conference (PAC 2005)*, pp. 3624–3626 (2005).
- [17] A. Schnase, et al.: “Low level rf control system modules for J-PARC RCS”，*Proceedings of 10th European Particle Accelerator Conference (EPAC 2006)*, pp. 1465–1467 (2006).
- [18] F. Tamura, et al.: “Dual-harmonic auto voltage control for the rapid cycling synchrotron of the Japan Proton Accelerator Research Complex”，*Phys. Rev. ST Accel. Beams*, **11**, 7, p. 072001 (2008).
- [19] D. Boussard: “Design of a ring RF system”，*Proceedings of CERN accelerator school*, pp. 474–500 (1991).
- [20] 大森：“高周波加速システム”，OHO '96 (1996).
- [21] 山本：“RF 加速システム (II)”，OHO '01 (2001).
- [22] F. Tamura, et al.: “Dual-harmonic Phase Control in the J-PARC RCS”，*Proceedings of the first International Particle Accelerator Conference (IPAC 10)*, pp. 1143–1145 (2010).
- [23] F. Tamura, et al.: “Beam acceleration with full-digital LLRF control system in the J-PARC RCS”，*Proceedings of 11th European Particle Accelerator Conference (EPAC 2008)*, Genoa, Italy, pp. 364–366 (2008).
- [24] F. Tamura, et al.: “Commissioning of beam acceleration in J-PARC RCS and MR”，*Proceedings of the 5th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 33rd Linear Accelerator Meeting in Japan*, pp. 337–339 (2008).

- [25] 發知：“単粒子力学、空間電荷効果 入門編”，OHO '10 (2010).
- [26] 原田：“負水素イオンビーム入射”，OHO '10 (2010).
- [27] M. Yamamoto, et al.: “Simulation of longitudinal beam manipulation during multi-turn injection in J-PARC RCS”, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A, **621**, pp. 15–32 (2010).
- [28] F. Tamura, et al.: “Longitudinal painting with large amplitude second harmonic rf voltages in the rapid cycling synchrotron of the Japan Proton Accelerator Research Complex”, Phys. Rev. ST Accel. Beams, **12**, 4, p. 041001 (2009).
- [29] 田村他：“大振幅の2倍高調波重畳による縦方向ペインティング”，第6回日本加速器学会年会プロシーディングス, pp. 366–368 (2009).
- [30] S. Koscielniak: “Coherent and incoherent bucket for a beam loaded RF system”, TRI-DN-93-K239 (1993).
- [31] F. Pedersen: “Beam loading effects in the CERN PS booster”, IEEE Trans. Nucl. Sci., **22**, CERN-MPS-Int-BR-75-6. 3, pp. 1906–1909 (1975).
- [32] 山本他：“J-PARC RCS における 400 MeV 入射での縦方向シミュレーション”，第7回日本加速器学会年会プロシーディングス (刊行予定) (2010).
- [33] J. M. Brennan: “The upgraded RF system for the AGS and high intensity proton beams”, Proceedings of 1995 Particle Accelerator Conference (PAC 95), pp. 1489–1493 (1995).